

SÉRIE A, n° 1654

N° D'ORDRE :

2520

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**M. Bratislav DEMETROVIĆ**

PROFESSEUR AU IV LYCÉE DE GARÇONS A BEOGRAD (YUGOSLAVIE)

**1<sup>re</sup> THÈSE.** — ETUDE DES FRANGES NOIRES ET CLAIRES BORDANT  
LES PLAGES DÉGRADÉES SUR LES RADIOGRAPHIES  
(EFFET MACH).

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 29 JUIN 1936 devant la Commission d'examen

|            |       |                      |
|------------|-------|----------------------|
| MM. COTTON | ..... | <i>Président.</i>    |
| FABRY      | ..... | } <i>Examineurs.</i> |
| CROZE      | ..... |                      |

PARIS

MASSON ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1936





Digitized by the Internet Archive  
in 2026



SÉRIE A, n° 1654

N° D'ORDRE :

2520

---

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**M. Bratislav DEMETROVIĆ**

PROFESSEUR AU IV LYCÉE DE GARÇONS A BEOGRAD (YUGOSLAVIE)

---

**1<sup>re</sup> THÈSE.** — ETUDE DES FRANGES NOIRES ET CLAIRES BORDANT  
LES PLAGES DÉGRADÉES SUR LES RADIOGRAPHIES  
(EFFET MACH).

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenu le **1936** devant la Commission d'examen

MM. COTTON ..... *Président.*

FABRY ..... } *Examineurs.*  
CROZE ..... }

---

PARIS

MASSON ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

—  
1936

# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen honoraire..... M. MOLLIARD.  
Doyen..... C. MAURAIN, Professeur, Physique du Globe.

Professeurs honoraires

BIBLIOTHEEK  
LEIDEN

|                  |                 |           |
|------------------|-----------------|-----------|
| H. LE CHATELIER. | Léon BRILLOUIN. | AUGER.    |
| H. LEBESGUE.     | GOURSAT.        | BLAISE.   |
| A. FERNBACH.     | WALLERANT.      | DANGEARD. |
| A. LEDUC.        | GUILLET.        | JANET.    |
| Émile PICARD.    | PÉCHARD.        | LESPIEAU. |
| Rémy PERRIER.    | FREUNDLER.      | MARCHIS.  |
|                  |                 | VESSIOT.  |

## PROFESSEURS

|                   |                                                       |                              |                                                   |
|-------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------------------------|
| G. BERTRAND.....  | Chimie biologique.                                    | M. JAVILLIER.....            | Chimie biologique.                                |
| M. CAULLERY.....  | Zoologie (Évolution des êtres organisés).             | L. JOLEAUD.....              | Paléontologie.                                    |
| G. URBAIN.....    | Chimie générale.                                      | ROBERT-LÉVY....              | Zoologie.                                         |
| Émile BOREL.....  | Calcul des probabilités et Physique mathématique.     | F. PICARD.....               | Zoologie (Évolution des êtres organisés).         |
| Jean PERRIN.....  | Chimie physique.                                      | Henri VILLAT....             | Mécanique des fluides et applications.            |
| H. ABRAHAM.....   | Physique.                                             | Ch. JACOB.....               | Géologie.                                         |
| E. CARTAN.....    | Géométrie supérieure.                                 | P. PASCAL.....               | Chimie minérale.                                  |
| M. MOLLIARD.....  | Physiologie végétale.                                 | M. FRÉCHET.....              | Calcul différentiel et Calcul intégral.           |
| L. LAPICQUE.....  | Physiologie générale.                                 | E. ESCLANGON....             | Astronomie.                                       |
| A. COTTON.....    | Recherches physiques.                                 | M <sup>me</sup> RAMART-LUCAS | Chimie organique.                                 |
| J. DRACH.....     | Analyse supérieure et Algèbre supérieure.             | H. BÉGHIN.....               | Mécanique physique et expérimentale.              |
| Charles FABRY.... | Enseignement de Physique.                             | FOCH.....                    | Mécanique expérimentale des fluides.              |
| Charles PÉREZ.... | Zoologie.                                             | PAUTHENIER.....              | Physique (P. C. B.).                              |
| Léon BERTRAND..   | Géologie structurale et géologie appliquée.           | De BROGLIE.....              | Théories physiques.                               |
| P. PORTIER.....   | Physiologie comparée.                                 | CHRÉTIEN.....                | Optique appliquée.                                |
| E. RABAUD.....    | Biologie expérimentale.                               | P. JOB.....                  | Chimie générale.                                  |
| M. GUICHARD.....  | Chimie minérale.                                      | LABROUSTE.....               | Physique du Globe.                                |
| Paul MONTEL.....  | Théorie des fonctions et Théorie des transformations. | PRENANT.....                 | Zoologie.                                         |
| P. WINTREBERT..   | Anatomie et histologie comparées.                     | VILLEY.....                  | Mécanique physique et expérimentale.              |
| L. BLARINGHEM..   | Botanique.                                            | BOHN.....                    | Zoologie (P. C. B.).                              |
| O. DUBOSQ.....    | Biologie maritime.                                    | COMBES.....                  | Botanique (P. C. B.).                             |
| G. JULIA.....     | Mécanique analytique et Mécanique céleste.            | GARNIER.....                 | Mathématiques générales.                          |
| C. MAUGUIN.....   | Minéralogie.                                          | PÉRES.....                   | Mécan. théor. des fluides.                        |
| A. MICHEL-LÉVY.   | Pétrographie.                                         | HACKSPILL.....               | Chimie (P. C. B.).                                |
| H. BÉNARD.....    | Mécanique expérimentale des fluides.                  | LAUGIER.....                 | Physiologie générale.                             |
| A. DENJOY.....    | Application de l'analyse à la Géométrie.              | TOUSSAINT.....               | Technique Aéronautique.                           |
| L. LUTAUD.....    | Géographie physique et géologie dynamique.            | M. CURIE.....                | Physique (P. C. B.).                              |
| Eugène BLOCH....  | Physique théorique et physique céleste.               | G. RIBAUD.....               | Hautes températures.                              |
| G. BRUHAT.....    | Physique.                                             | CHAZY.....                   | Mécanique rationnelle.                            |
| E. DARMOIS.....   | Enseignement de Physique.                             | GAULT.....                   | Chimie (P. C. B.).                                |
| A. DEBIERNE.....  | Physique Générale et Radioactivité.                   | CROZE.....                   | Recherches physiques.                             |
| A. DUFOUR.....    | Physique. (P. C. B.).                                 | DUPONT.....                  | Théories chimiques.                               |
| L. DUNOYER.....   | Optique appliquée.                                    | LANQUINE.....                | Géologie.                                         |
| A. GUILLIERMOND.  | Botanique.                                            | VALIRON.....                 | Mathématiques générales.                          |
|                   |                                                       | BARRABÉ.....                 | Géologie structurale et géologie appliquée.       |
|                   |                                                       | MILLOT.....                  | Zoologie (P. C. B.).                              |
|                   |                                                       | F. PERRIN.....               | Théories physiques.                               |
|                   |                                                       | VAVON.....                   | Chimie organique.                                 |
|                   |                                                       | G. DARMOIS.....              | Calcul des Probabilités et Physique-mathématique. |

Secrétaire..... A. PACAUD.  
Secrétaire honoraire..... D. TOMBECK.

A LA MÉMOIRE DE MON ONCLE

Monsieur LJUBOMIR JIOVIČIĆ  
Colonel de l'Armée Serbe

*Hommage ému et affectueux.*



A Monsieur CHARLES FABRY

Membre de l'Institut,  
Directeur de l'Institut d'Optique,  
Professeur à la Sorbonne.

A Monsieur MAURICE DE BROGLIE

de l'Académie Française  
et de l'Académie des Sciences.

A Monsieur FRANÇOIS CROZE

Professeur à la Sorbonne.

*Hommage de respectueuse reconnaissance.*



# ÉTUDE DES FRANGES NOIRES ET CLAIRES BORDANT LES PLAGES DÉGRADÉES SUR LES RADIOGRAPHIES (EFFET MACH)

Par M. BRATISLAV DEMETROVIĆ

## INTRODUCTION

**I. Quelques expériences préliminaires.** — Ayant observé que la trace d'une fente obtenue par les rayons X est constituée par des franges noires et entourées de chaque côté par une frange claire (fig. I) <sup>(1)</sup> j'ai fait une série d'expériences j'ai constaté que le nombre et l'aspect des franges noires dépend de la largeur de la fente, du tube à rayons X et de son orientation dans l'espace. Lorsque la fente s'élargit les franges s'élargissent aussi et finissent par se confondre en devenant de plus en plus floues. Enfin, il ne reste que deux couples de franges parallèles, chacun d'eux constitué par une frange noire à l'intérieur de la trace et par une frange claire délimitant cette trace du côté extérieur. On peut maintenant élargir la fente tant qu'on veut sans que l'aspect de la frange change.

Puisque l'aspect de ces couples de franges bordant la trace de la fente ne dépend pas de la largeur de la fente, on pour-

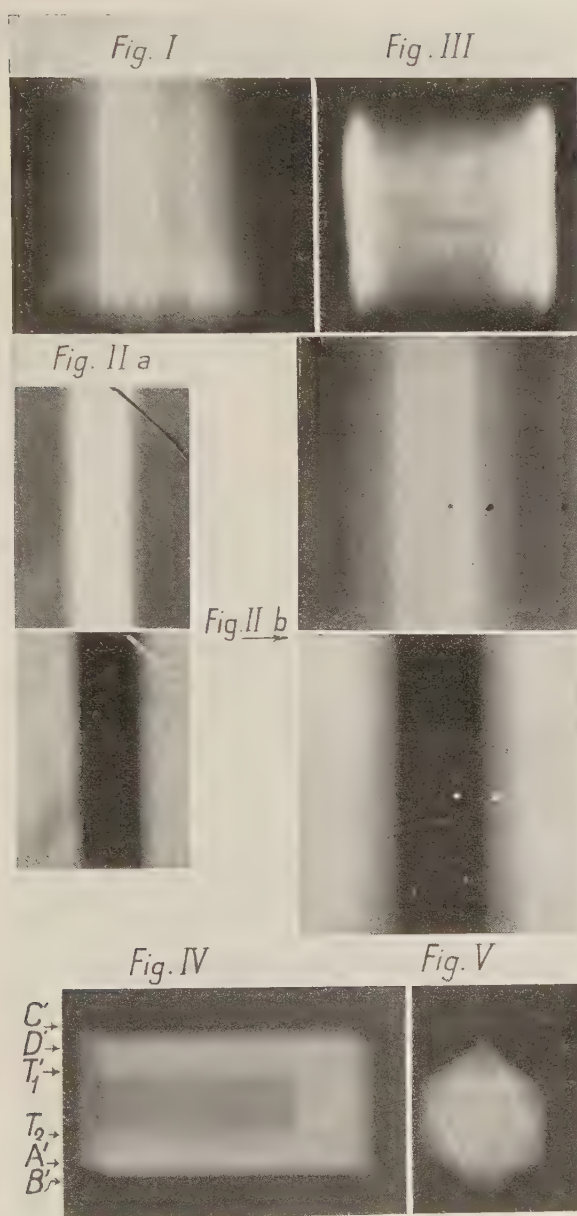
(1) Les figures désignées par des chiffres romains se trouvent sur la planche I.

rait donc remplacer la fente par un écran, sans que le phénomène des franges soit changé. Les expériences confirment cette conclusion. Les figures II *a* et *b* nous montrent les franges qu'on obtient lorsqu'on remplace la fente par un écran. Dans le chapitre premier, nous reviendrons sur ces figures.

En cherchant dans la littérature l'explication de ce *phénomène*, j'ai constaté que les opinions sont très différentes sur les causes et même sur la nature des franges ; tandis que certains auteurs affirment et croient avoir démontré l'objectivité des franges, d'autres démontrent qu'elles sont une sorte d'*illusion d'optique mise en évidence par Mach*. Mais, même dans les travaux les plus récents, on ne voit pas qu'on ait essayé de se rendre compte de l'influence sur le phénomène de toutes les causes dont il peut provenir.

Je vais donner un aperçu critique des travaux concernant le phénomène des franges sur les radiographies et des problèmes qu'il suggère.

**II. Historique.** — *a)* C'est à Mach que l'on doit la description et la première explication du phénomène. Il consiste en ce que la pénombre — due à des sources de lumière visible — projetée sur un écran est délimitée du côté de l'ombre par une frange sombre et du côté de la pleine lumière par une frange lumineuse — ou par une frange claire et une frange noire si la pénombre est projetée sur une plaque photographique. En comparant ce phénomène avec celui qu'il a observé sur un disque ou un cylindre tournant (voir chap. III de ce travail) Mach explique toutes ces franges comme étant la conséquence d'un phénomène rétinien (l'effet Mach) provoqué par un changement brusque dans la variation de l'intensité lumineuse d'une surface éclairée. Les franges sont, par conséquent, *subjectives* : dans la courbe de répartition de l'intensité lumineuse à une frange ne correspond pas un pic, mais seulement un coude ou une forte courbure ; si la conca-





vité est tournée vers l'axe des abscisses — l'intensité étant portée en ordonnée — la frange est noire, dans le cas contraire elle est claire. Dans le chapitre III nous reviendrons sur cet effet intéressant, qui a été redécouvert par plusieurs auteurs, et qui reste encore peu connu malgré son importance pour l'observation des images et les mesures des diamètres des corps lumineux et malgré sa fréquence, car il apparaît partout où une pénombre est projetée sur un écran. Nous verrons aussi (§ 23) que la frange lumineuse bordant la pénombre n'est pas complètement subjective, puisque la diffraction produit une frange objective coïncidant avec la frange subjective.

b) La première observation des franges sombres bordant l'ombre d'un écran radiographié a été faite, peu après la découverte des rayons X, par Fomm. Ces franges furent d'abord interprétées comme des franges de diffraction, d'où on pouvait tirer la longueur d'onde des rayons X. L'étude de ces franges a été poursuivie par Meier. Bientôt après, Wind, Haaga et Wind et Tidens ont démontré que ces franges ne proviennent pas de la diffraction par une fente comme Fomm et Meier le supposaient. La frange sombre et aussi la frange lumineuse doublant la première, observées par Haaga et Wind ne sont, d'après ces auteurs, autre chose que la manifestation de l'illusion d'optique, découverte par Mach, comme s'en aperçurent d'ailleurs les auteurs après leurs premières publications. Cependant la subjectivité des franges n'a pas été démontrée d'une façon objective, mais au moyen d'une *expérience* décrite par Wind (b). Elle consiste à approcher tout près de la frange un morceau de papier noir dont le bord parallèle à la frange couvre la partie moins noire du cliché. Si la frange est subjective, elle disparaît aussitôt. Au § 28 nous verrons que cette expérience ne peut établir d'une manière décisive la subjectivité d'une frange. En relation avec ces expériences il faut mentionner aussi celles de Sagnac et notamment celles décrites page 173. Mentionnons encore

les points de vue opposés sur les franges de Voller et Walter et de Precht.

c) Une vingtaine d'années plus tard, Kœhler observa que les ombres radiographiques des extrémités du corps humain sont entourées par une frange noire et que la largeur de cette frange paraît être proportionnelle à la distance entre l'écran radiographié et la plaque. Quelquefois ces franges sont très intenses, mais en général leur visibilité n'est pas grande. Comme cause de cette frange on a suggéré la diffraction par le bord (Laue mentionné dans l'article de Kœhler) ou la réflexion totale (Einstein).

d) A la suite de cette observation de Kœhler les expériences ont été entreprises par Walter (a) pour démontrer que les franges de Kœhler ne sont dues qu'à l'effet Mach, conditionné par l'absorption seule. Les écrans étaient peu absorbants (en bois, en wenzazit (une sorte d'ébonite) ou en corne). Dans les expériences de Kœhler ainsi que dans celles de Walter, *la frange noire seule a été observée*. Nous verrons au § 4, que ce fait n'est que la conséquence de la transparence très grande des écrans employés. Au cours de ses expériences avec les écrans prismatiques Walter observa qu'une arête se projetant dans l'ombre produit aussi une frange claire.

e) La subjectivité de toutes ces franges a été démontrée par l'expérience de Wind et par des considérations sur la répartition de l'intensité derrière l'écran radiographié calculée en supposant les rayons X parallèles et en négligeant les autres influences sur la répartition de l'intensité, sauf celle de l'absorption. Ces considérations dans le cas des ombres bordées par la frange noire conduisirent à des courbes présentant un coude à la limite de la pleine lumière auquel — suivant la loi de Mach — doit correspondre une frange noire dans le négatif. Puisqu'on peut prévoir par ces courbes l'apparition de la frange, l'auteur ne cherchait plus si les autres effets sauf celui de Mach pouvaient jouer un certain rôle dans

le phénomène des franges ; on négligeait même de se rendre compte, par la reproduction des franges au moyen de disques ou de cylindres tournants (§ 22 *a* et *b*), si l'aspect (intensité et largeur) d'une frange de Mach prévue par une telle courbe correspond à l'aspect de la frange observée. On négligeait aussi de se rendre compte pourquoi la courbure qui suit le coude ne provoque pas une frange claire, ce qu'on doit aussi prévoir d'après la loi de Mach, Walter (*b*) a même considéré l'absence de cette frange comme une preuve de l'absence de réflexion et de diffraction.

*f*) Peu après la publication du premier travail de Walter les mesures microphotométriques faites sur un cliché de Kœhler ont démontré l'existence d'un pic sur la courbe microphotométrique de répartition de l'intensité correspondant à la frange noire ; par conséquent la frange noire sur ce cliché était, *au moins en partie objective*. Pour expliquer l'origine de ce pic Walter (*c*) supposait que la plaque était irradiée trop longtemps de sorte que la limite de solarisation avait été dépassée pour la partie de la plaque exposée à la pleine lumière. Par l'expérience de Wind on réussit à faire disparaître presque complètement ces franges considérablement plus visibles que celles existant sur les radiographies normales. De cette expérience Walter conclut que la visibilité de ces franges est aussi due à l'*effet Mach*, seulement cet effet *est considérablement renforcé par la coexistence d'une très faible frange objective*. Cette conclusion suggère la nécessité de se rendre compte de l'influence des effets de diffraction, de réflexion totale et de réfraction sur la visibilité des franges. Ces effets, dont l'intensité varie suivant les conditions, pourraient, même quand ils sont de très faible intensité, influencer considérablement la visibilité des franges, si la conclusion de Walter n'est pas erronée. Nous verrons au § 27 qu'une frange objective considérablement plus faible que celle de Mach n'augmente pas la visibilité de cette dernière.

g) En relation avec les recherches sur l'influence de solatisation sur la visibilité d'une frange de Mach il faut mentionner : les observations de Janus, l'article de Walter (*f*), que je n'ai pu compulsier, et qui contient les remarques sur l'explication des faits observés par Janus; enfin les observations plus récentes de Wiaro.

h) Indépendamment des observations de Kœhler et des travaux de Walter (<sup>1</sup>) les expériences très étendues sur les franges masquant la pénombre ont été faites par Wolfers. On peut résumer les résultats de ces expériences comme il suit :

L'ombre radiographique d'un écran prismatique ou cylindrique est bordée du côté de la pleine lumière par une frange noire (en négatif) qui masque la pénombre, cette frange est séparée de l'ombre par une frange claire, en général plus étroite que la frange noire. Je dois remarquer que ces deux franges sur les reproductions de Wolfers (*Annales de Physique*, VII (1927), planche I, fig. 6 et 7, p. 276), d'après l'impression que j'ai, sont séparées par une plage au moins aussi large que la frange noire, mais moins noire qu'elle; par conséquent l'aspect de la pénombre sur ces reproductions est tout à fait analogue à celui de mes reproductions (fig. II *a* et *b*); il en diffère seulement en ce que la pénombre — c'est-à-dire la largeur totale de deux franges et de la plage qui les sépare — est plus étroite (environ 1 mm. 5) dans les reproductions de Wolfers).

(<sup>1</sup>) Les articles de Walter sont restés, paraît-il, très peu connus même en Allemagne. Les observations de Kœhler et la suggestion de Einstein sont signalées dans l'article de Schön ainsi que dans le rapport sur la dispersion des rayons X écrit par Næhring où il est dit expressément qu'on ne sait pas si les recherches sur le problème posé dans la note de Einstein ont été effectuées. J'ai pris connaissance des articles de Walter par une note (*d*) qu'il fit au sujet de la communication faite par Alberti et moi-même concernant nos observations des franges noires et claires sur les radiographies médicales.

*i)* L'intensité des franges — plus exactement leur visibilité, puisque les mesures microphotométriques n'ont pas été effectuées — dépend de la matière de l'écran. Avec les corps légers (charbon, par exemple) il est difficile d'observer les deux franges, et notamment la frange claire, si les rayons X ne sont pas très mous. La largeur de la frange noire qui se trouve dans la pénombre, est égale à la largeur de la pénombre ou la dépasse, peut-être, de très peu ; la largeur de la frange claire ne dépend pas de la distance ( $a$ ) entre la source et l'écran, et paraît être proportionnelle à la distance ( $b$ ) entre l'écran et la plaque. Nous verrons aux §§ 2 et 3 que la largeur des deux franges dépend de la largeur de la pénombre et de la structure de la source.

*j)* Dans sa plus grande partie la frange claire se trouve hors de l'ombre. La frange noire devient de plus en plus floue lorsque la distance ( $b$ ) devient de plus en plus grande ; si cette distance dépasse 3 cm. on ne peut plus mesurer la largeur de la frange avec une précision suffisante. Ce résultat est très important lorsqu'on considère l'effet Mach et montre qu'il existe une différence notable entre les franges bordant la pénombre radiographique et celles bordant la pénombre de la lumière visible, puisque dans ce dernier cas les franges sont très nettes même quand les pénombres sont très larges. Nous verrons (§ 3) que cette différence est due à la structure de la source.

*k)* Les franges ne sont dues ni aux effets de contraste ni aux illusions d'optique, comme on pouvait le penser en les rapprochant de celles observées par Fomm et étudiées par Haaga et Wind. L'existence objective des franges est démontrée suffisamment par les faits suivants : on peut en prendre des microphotographies parfaitement nettes ; on peut tirer alternativement des positifs et des négatifs sur lesquels les deux franges apparaissent inversées ; les franges ne sont pas observées dans tous les cas : elles deviennent floues et finissent par ne plus se distinguer si la plaque pho-

tographique s'éloigne trop de l'écran ; si les écrans sont très transparents (à cause de leur faible épaisseur ou à cause de la nature de la matière et la fréquence très grande du rayonnement) la frange claire n'est plus visible ; enfin avec les rayons  $\gamma$  du radium on n'observe de franges d'aucune sorte. Nous verrons au § 34 *a* qu'aucun de ces faits ne peut démontrer que les franges observées ne sont pas des franges de Mach, par conséquent une sorte d'illusion d'optique. Seulement l'observation que le grain de la plaque photographique est plus gros et plus serré à l'endroit où se trouve la frange noire, que dans la zone de la « pleine lumière » communiquée par Wolfers sur la page 239 des *Annales* peut être considérée, eu égard à la nature des franges de Mach, comme une preuve de l'objectivité, au moins en partie, de la frange noire.

1) La structure de la source se traduit dans la frange noire ; elle est une sorte d'« image » de la source de nature toute particulière, sans rien de commun avec une image optique. Par conséquent on pourrait expliquer le phénomène de la frange noire comme une conséquence de la réflexion des rayons X par le bord de l'écran. Pourtant cette explication paraît insuffisante pour les raisons suivantes : si la réflexion était la seule cause de l'apparition de la frange noire, son intensité mesurée par le contraste relativement à la partie du cliché irradiée par la pleine lumière devrait être d'autant plus faible que la source est plus large, ou que la courbure de bord de l'écran est plus forte ; elle devrait aussi dépendre de la nature de l'écran et de la longueur d'onde. Or, l'aspect de la frange est indépendant de tous ces facteurs. Ces faits obligent à conclure qu'il existe des phénomènes encore inconnus qui déterminent l'aspect total de la frange. L'ensemble de ces phénomènes encore inconnus est appelé par Wolfers « la pseudo-réflexion ». Au § 34 *a* nous verrons que cette indépendance de l'intensité de la frange noire s'interprète comme une conséquence de l'effet Mach.

m) L'existence de la frange claire et sa position, hors de l'ombre conduit Wolfers à faire une hypothèse sur l'existence d'une véritable répulsion des photons constituant les rayons X par la matière du bord de l'écran. La déviation des rayons, qui en résulte est de l'ordre de  $9'$  d'arc, ce qu'on calcule à l'aide de la largeur de la frange claire. L'existence de cette frange ne conduit pas nécessairement à faire une telle hypothèse, puisqu'on peut expliquer (ch. IV) son existence ainsi que sa position comme une conséquence de l'effet Mach.

n) A l'insu des travaux de Walter et de Wolfers l'observation suivante a été relatée par Andrus : la pénombre radiographique apparaît formée d'une série de bandes. Le plus souvent il y a trois bandes (nous les appellerons dans la suite : les franges) : une du côté de la pleine lumière plus noire que celle-ci, l'autre du côté de l'ombre plus claire que l'ombre et la troisième les séparant et moins noire que la pleine lumière. La largeur de la frange noire est 23,95 o/o et celle de la frange claire 25,75 o/o de la largeur totale de la pénombre. Sur les radiographies faites avec certains tubes on observe que l'une des bandes n'a pas la largeur ordinaire, ou qu'il existe encore une bande très étroite (« additional band »). Andrus pense qu'on peut l'expliquer comme une conséquence de la structure de la source. La proportionnalité de la largeur des franges à la largeur de la pénombre étant inconciliable avec les résultats des expériences antérieures sur l'effet Mach. Andrus en conclut que cet effet *ne suffit pas pour expliquer complètement le phénomène des franges qu'il a observées*, bien que les mesures microphotométriques exécutées à sa demande ne démontrent pas l'existence objective des franges. La subjectivité des franges doit être due encore à d'autres effets subjectifs. Relativement à la largeur des franges remarquons que le résultat de Andrus n'est valable, en général, que pour les pénombres larges jusqu'à 2 mm. environ, comme les radiographies obtenues

pendant ces expériences (§ 2, *b*) et reproduites dans ce travail (fig. II *a* et *b*, planche I) le démontrent suffisamment.

*o*) Pour compléter la revue des travaux concernant l'observation des franges sur les radiographies citons les expériences de Ott qui à l'aide du microphotomètre a établi l'objectivité de certaines franges semblables à celles de Köhler que nous avons décrites (Alberti et Demetrović entre autres), et dont Walter (*d*) nia l'objectivité, puisque l'expérience de Wind les fait disparaître (v. § 9); mentionnons ensuite, qu'en relation avec ma note, Wolfers a publié une note (*b*) où il soutient sa thèse de l'objectivité des franges et du rôle tout à fait secondaire de l'effet Mach dans le phénomène des franges étudiées par lui. Dans les §§ 8 et 34 *a*, on trouvera les raisons pour lesquelles cette explication de la nature des franges ne peut être admise. Enfin, signalons encore deux articles traitant des franges bordant les ombres radiographiques. Le premier article est de Bistolfi et concerne les différentes sortes de franges sur les radiographies médicales. Entre autres, l'auteur croit avoir démontré notre supposition (Alberti et Demetrović) que la frange noire bordant l'ombre radiographique est due à la réflexion totale. L'autre article est de Walter (*g*) et contient les considérations géométriques sur la largeur du faisceau réfléchi par une surface gauche.

**III. Résumé des problèmes et plan du travail.** — Mes expériences préliminaires, ayant montré que l'aspect des franges peut être assez différent de celui décrit par les autres auteurs, demandaient que soit reprise l'étude expérimentale de l'aspect des franges pour éclaircir les causes de ces différences; cette étude fera l'objet du chapitre I de ce travail.

De l'historique précédent il ressort qu'aucun auteur des travaux antérieurs n'envisage l'ensemble des effets qui peuvent jouer un certain rôle dans le phénomène des franges. Et il est bien évident qu'il faut se rendre compte du rôle

dans le phénomène des franges de l'effet Mach en même temps que des effets physiques déjà connus. Cependant dans tous les travaux mentionnés on n'a pas négligé seulement de se rendre compte à la fois de deux sortes d'effets, mais on a négligé également de calculer, aussi exactement que possible, la répartition de l'intensité du rayonnement derrière l'écran radiographié. En général, on se contentait de considérations très sommaires sur cette répartition, ce qui empêchait de connaître exactement le rôle même de l'effet qu'on admettait avoir une certaine influence (réflexion et réfraction, Wolfers) ou être la seule cause du phénomène des franges (effet Mach ; Walter). Dans le chapitre II, il sera exposé comment on peut préciser cette répartition, si nécessaire pour éclaircir le rôle des différents effets dans le phénomène des franges.

La répartition particulière de l'intensité du rayonnement derrière un écran radiographié et l'aspect des franges sur les radiographies différant de celui des franges obtenues avec la lumière visible ont nécessité la reprise de l'étude de l'effet Mach dans ces conditions particulières. Cette étude nous a entraîné à compléter nos connaissances sur l'effet Mach : premièrement il a fallu préciser l'intensité d'une frange de Mach et les facteurs dont dépend son aspect, c'est-à-dire sa largeur et sa visibilité ; ensuite, à cause de l'existence du faible effet objectif qu'a montré l'étude de la répartition de l'intensité à l'endroit où l'on doit observer une frange de Mach, il a fallu étudier l'influence de cet effet sur la visibilité d'une frange de Mach ; cette dernière étude s'impose aussi pour mettre au point les observations déjà mentionnées de Walter sur l'influence de la solarisation sur la visibilité des franges de Mach. Les méthodes et les résultats de ces études sur l'effet Mach et sur l'influence des franges objectives sur la visibilité des franges de Mach sont exposées au chapitre III.

Dans le chapitre IV sont exposés les résultats de l'étude de l'effet Mach, dans les conditions réalisées en radiographie et on a donné une interprétation de la nature des franges et de la variation de leur aspect.

---

## CHAPITRE PREMIER

### Etude expérimentale des franges noires et claires sur les radiographies.

#### A. Franges bordant la pénombre.

§ 1. Variables géométriques. — Dans la radiographie courante on tâche autant que possible de rendre la source ponctuelle. Pour cette raison les deux franges — l'une noire,

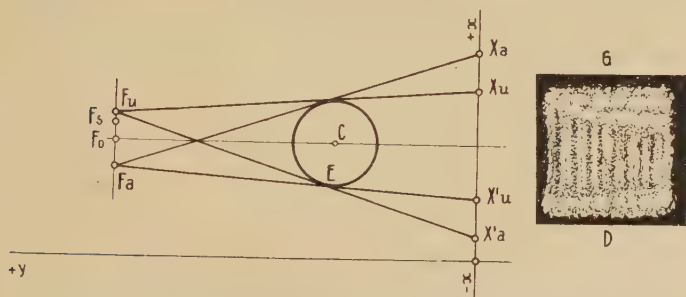


Fig. 1 et 2.

l'autre claire — délimitant chacune d'un côté la pénombre (fig. II *a* et *b*) sont peu apparentes sur les clichés radiographiques courants, puisqu'elles y sont très étroites, mais elles deviennent très apparentes dès qu'on rend la pénombre large de 0,5 à 1 mm., ou plus, comme les figures mentionnées le montrent. En mesurant les distances entre les franges (v. § 5) on conclut que les franges délimitent la pénombre et en font partie.

A l'aide de la figure 1, tout en précisant aussi les condi-

tions où ces radiographies sont faites, on précisera les variations géométriques dont dépendent la largeur de la pénombre et l'aspect des franges.

La figure 1 représente une coupe plane du dispositif expérimental :  $F_a F_u$  est la trace du foyer dans le plan de la coupe,  $E$  l'écran cylindrique dont l'axe normal au plan de la coupe passe par le point  $C$ ,  $X_a X'_a$  est la trace de la région du film sur lequel s'étale l'ombre de l'écran. Prenons un système de coordonnées orthogonales dont les axes  $XX'$  et  $YY'$  soient dans le plan de coupe. La largeur ( $P$ ) des pénombres qui s'étalent de  $X_a$  à  $X_u$  et de  $X'_a$  à  $X'_u$  dépend : de la largeur du foyer dont les points extrêmes soient  $F_a$  et  $F_u$ , dans le plan considéré, et les valeurs de leurs abscisses  $f_a$  et  $f_u$  ; de l'ordonnée ( $b$ ) du point où se coupent les rayons tangents à la surface du cylindre venant des points  $F_a$  et  $F_u$ , ainsi que de la différence ( $a$ ) entre l'ordonnée du point  $F_0$  (au milieu de  $F_a$  et  $F_u$ ) et l'ordonnée  $b$ . Une relation géométrique simple nous donne :

$$(1) \quad P = (f_u - f_a)/(a + b).$$

Il sera décrit au § 5. comment on mesure les distances  $f_u - f_a$ ,  $b$  et  $a$ .

§ 2. Influence de la largeur de la pénombre sur l'aspect des franges. — Etudions maintenant de près comment l'aspect des franges change avec la variation de la largeur de la pénombre.

a) *Pénombres très étroites.* — Prenons comme écran un cylindre en fer dont le diamètre soit égal à 5 mm., et posons-le sur le film radiographique enveloppé de papier noir de manière à ce que son axe soit parallèle à l'axe du tube; la valeur de  $b$  est donc d'environ 3 mm. Si nous faisons la distance  $a$  assez grande (la plus grande que j'ai employée était 900 mm.), ce qui dépend de la largeur du foyer, on voit, sur les radiographies faites avec les temps de pose variant de

10-200 miliampères-secondes et sous des tensions variant de 40-80 kv, *en regardant attentivement, une paire de franges très fines de chaque côté de l'ombre*, parallèles à l'axe du cylindre et séparée par une plage dégradée; l'une des franges est noire, elle est du côté de la pleine lumière, l'autre est claire et se trouve du côté de l'ombre. Les franges ont sensiblement la même largeur; elles occupent environ une moitié de la pénombre. Sous le microscope à faible grossissement (5-20 fois) on voit mieux les franges; si l'on augmente le grossissement jusqu'au point où les grains commencent à apparaître de plus en plus gros les franges finissent par disparaître.

Il serait intéressant de savoir : si le grain est plus gros et plus serré à l'endroit où on observe la frange noire, et si il est moins gros et moins serré à l'endroit où on observe la frange claire. Il a été répondu affirmativement à cette question par Wolfers (*Annales*, p. 239) qui se basait, me paraît-il, sur des observations tout à fait qualitatives, c'est-à-dire sans dénombrer les grains et sans mesurer leur grosseur. Moi aussi je n'ai pas effectué ces mesures très délicates et je ne peux répondre à cette question avec une entière conviction. De ce qui suit nous verrons que ces mesures ne sont pas nécessaires pour expliquer la nature et l'aspect des franges.

*Si l'on fait varier la largeur de la pénombre en modifiant la distance  $a$ , la largeur des franges varie proportionnellement.* Dans ces expériences la pénombre a varié d'environ 0,006 mm. jusqu'à environ 0,1 mm. La largeur de la plage séparant les deux franges varie aussi proportionnellement avec la largeur de la pénombre. Lorsque la pénombre devient inférieure à 0,05 mm. on ne distingue plus à l'œil nu la plage entre les franges. Cependant on la distingue sous le microscope.

b) *Pénombres larges.* — Lorsqu'on augmente  $b$  seul, ou que l'on diminue  $a$ , ou, mieux encore, lorsqu'on varie ces deux variables en même temps, mais toujours sans changer

le tube et l'orientation de son axe relativement à l'axe de l'écran, on obtient des pénombres dont l'aspect varie d'une manière continue. La largeur de chaque frange augmente presque en proportion directe avec la largeur de la pénombre et en est environ 25 o/o. Cependant *dès que la pénombre dépasse 1 mm. environ, la largeur des franges n'augmente plus proportionnellement à sa largeur.* Par exemple, si la pénombre est large environ 3 mm. chaque frange à 0,5 mm. environ, mais lorsque la pénombre atteint 20 mm. la largeur de chaque frange est environ 1 mm. Les figures IIa et b le démontrent suffisamment. Les radiographies que ces figures reproduisent sont faites dans les conditions suivantes : les valeurs de *a* et *b* étaient en millimètres pour IIa : 75 et 100; pour IIb : 75 et 350. L'axe du tube était parallèle à l'axe de l'écran, un cylindre en fer de 5 mm. de diamètre; la tension était de 60 kw. maximum.; les temps de poses normaux et plus longs, si la distance (*a* + *b*) était plus grande. La source était un tube « Métalix » de 6 kw., à foyer de Götze; ce foyer donne au moyen d'un trou circulaire de diamètre égal à 0,5 mm. sur un film parallèle à l'axe du tube, l'image reproduite par la figure III, planche I.

On observe déjà sur la figure IIa que la frange claire du côté gauche est plus large que celle du côté opposé. Cette différence est encore plus apparente sur la figure IIb. Si l'on amène *b* à avoir 100 cm. par exemple on observe sur une série des radiographies que la frange claire du côté gauche est accompagnée par une autre frange claire très floue; la frange droite reste toujours plus étroite et plus nette que celle gauche, mais elle est aussi accompagnée par une frange très étroite et moins floue, mais aussi plus visible. Ces nouvelles franges seront appelées les *franges additionnelles*. Puisque dans les reproductions ces détails fins ne se manifestent pas (v. notre article aux *Fortschritte*, b) je m'abstiens de reproduire une de ces radiographies. La frange noire du côté gauche est aussi plus large et moins visible que celle du

côté droit. Ces différences indiquent que *l'aspect des franges ne dépend pas uniquement de la largeur de la pénombre*, mais qu'il y a encore d'autres facteurs qui en déterminent l'aspect, puisque les pénombres ont la même largeur de chaque côté de l'écran.

§ 3. **Influence de la structure de la source sur l'aspect des franges.** — Après l'influence de la largeur de la pénombre, la première influence sur l'aspect des franges qu'on constate est celle de l'orientation de l'axe du tube relativement à l'axe de l'écran, si nous considérons toujours un écran cylindrique. Il est vrai que de cette orientation dépend aussi la largeur de la pénombre si la projection du foyer sur le plan de radiographie n'est pas circulaire, mais, même dans les cas où l'on rend les pénombres égales en largeur par le choix convenable des valeurs de  $a$  et  $b$ , on constate que l'aspect des franges dépend de l'orientation de l'écran. Voici quelques exemples de cette influence.

L'axe du tube pour obtenir les figures IIa et IIb de la planche I était parallèle à l'axe de l'écran; si nous changeons l'orientation de l'écran, ou celle du tube, en tournant son axe de  $90^\circ$  autour du rayon central du faisceau de manière que l'axe du tube soit parallèle à une droite normale à l'axe de l'écran, les franges noires sur les radiographies obtenues dans ces conditions sont considérablement plus larges et plus floues, et chacune d'elles occupe presque les deux tiers de la pénombre; la modification subie par les franges claires est bien moins importante. Cependant elles sont aussi plus larges et sensiblement plus floues. Avec le tube dont l'image du foyer elliptique obtenue au moyen d'une fente large de  $0,2\text{ mm.}$  est reproduite par la figure I, on n'obtient que des franges noires de largeur supérieure à un quart de la pénombre et ces franges deviennent très floues lorsque la pénombre dépasse environ  $4\text{ mm.}$  tandis que les franges claires restent toujours plus nettes et moins larges que les franges noires

même quand la largeur de la pénombre dépasse 4 mm. Ces deux sortes de franges sont encore plus floues, si le diamètre plus grand du foyer est parallèle à la normale à l'axe de l'écran.

Essayons de trouver les causes physiques de ces différences et dans ce but comparons l'aspect des pénombres avec les images du foyer obtenues par la méthode de la chambre noire à trou, ou avec les traces d'une fente plus étroite que le foyer, qu'on doit aussi considérer comme étant les images du foyer seulement d'une forme particulière : très allongées dans la direction parallèle à la fente ; ces images décèlent la structure du foyer. Cependant de la reproduction de l'image du foyer (fig. III, v. § 2 *b*), on ne peut pas avoir une idée précise de la structure de ce foyer. En regardant le film original on conclut que la structure de ce foyer peut être représentée en grandes lignes par la figure 2. Dans la reproduction les régions ayant un plus grand pouvoir émissif se confondent en des franges. Les bords G et D du foyer sont parallèles avec l'axe du tube. Si la pénombre gauche des figures IIa et IIb s'étale entre  $X_a$  et  $X_a$  (fig. 1) le bord G de la figure 2 correspond au bord du foyer contenant les points  $F_a$  et  $F_s$ , comme on le conclut en tenant compte de ce que l'image obtenue par la méthode de la chambre noire à trou est renversée. Sa structure représentée par la figure 2 se retrouve aussi dans les images du foyer obtenues au moyen des fentes : si la fente est parallèle aux bords G et D on observe d'un côté de l'image une frange et de l'autre deux franges tout près l'une de l'autre ; si la fente est normale aux bords G et D on observe un système de franges s'étalant le long de l'image ; les franges au milieu de ce système sont très fortes et semblables à celles de la figure 1.

La comparaison de l'aspect des franges bordant la pénombre avec la structure de la source indique que la largeur et le flou plus grand des franges dans la pénombre gauche des figures IIa et b doivent être causés par la présence de deux chaînes

de régions à plus grand pouvoir émissif au bord gauche du foyer. Cette hypothèse est confirmée aussi par ce fait : au bout de quelques mois les deux chaînes au bord gauche se sont considérablement rapprochées et les franges dans la pénombre gauche sont devenues beaucoup plus semblables à celles dans la pénombre droite.

La cause du grand flou et de la largeur énorme des franges noires lorsque l'axe de l'écran est normal à une droite parallèle à l'axe du tube, ainsi que dans les expériences avec le tube à foyer elliptique, doit être évidemment la présence des régions fortement émissives au milieu de la source, puisque leur absence du milieu lorsque l'axe du tube est parallèle avec l'axe de l'écran donne naissance aux franges analogues à celles qu'on obtient avec la source de la lumière visible à l'émission uniforme.

*On peut résumer l'influence de la structure de la source sur l'aspect des franges comme il suit :* les franges noires sont très floues et très larges, si les régions fortement émissives de la source — considérée comme linéaire — sont très nombreuses au milieu, de sorte que la plus grande partie de l'intensité est émise par la partie centrale de la source ; les franges claires restent encore nettes même dans ces conditions — voir nos reproductions aux *Fortschritte* (Demetrović et Alberti, a, Abb. 3 et 4). Par contre les franges noires ainsi que les franges claires sont nettes si la source émet uniformément en chacune de ses régions, ou si l'émission de la source est concentrée en ses bords dont les projections sur le film sont parallèles aux franges ; lorsque l'émission d'un bord n'est pas concentrée dans une partie étroite, mais si les régions fortement émissives font deux ou plusieurs chaînes à proximité de ce bord, les franges obtenues en face de ce bord du foyer sont plus floues et plus larges que celles de l'autre côté. Nous voyons donc que *la structure de la source peut donner aux franges des aspects très différents.*

§ 4. **Autres influences sur l'aspect des franges.** — Jusqu'à nous n'avons étudié que les radiographies d'un même écran (cylindre en fer de 5 mm. de diamètre) en variant seulement la position de l'écran, ou l'orientation du foyer, ou enfin en variant le foyer même par le changement du tube. Etudions maintenant les autres facteurs qui influencent sur l'aspect des franges.

a) *La matière de l'écran et la forme de sa surface.* — Envisageons premièrement les écrans de forme cylindrique différents par leur matière et par leur diamètre. Une série de radiographies sous des tensions de 40 à 80 kv. — des cylindres en bois, charbon, ébonite, fibre, verre, Al, Fe, Cu, Ag et Pb dont les diamètres varient de 2 à 30 mm., montre que l'aspect des franges dépend de la transparence de l'écran : elles sont moins intenses et apparaissent comme voilées si l'écran est assez transparent, par exemple un cylindre en verre léger (poids spécifique 2,55) de 3 mm. de diamètre ; avec le bois, le charbon et l'ébonite on n'observe plus la frange claire et la frange noire est peu intense. La largeur de la pénombre a varié dans toutes ces expériences de quelques dixièmes de millimètre à plusieurs millimètres.

Les expériences avec les écrans prismatiques dont les arêtes sont rasées par les rayons X montrent la relation suivante : Les ombres des écrans très absorbants Fe, Cu, etc., sont bordées par des franges claires un peu moins visibles si l'angle de l'arête frôlée par les rayons est très aigu. Les ombres des écrans en matières moins absorbantes (verre par exemple) sont bordées par des franges claires peu visibles ; elles disparaissent dès que l'angle de l'arête de ces écrans fait environ  $90^\circ$  ; de même la frange noire est moins visible. Cependant les deux franges sont tout aussi visibles que celles sur les radiographies d'un cylindre en verre de 10 mm. de diamètre, si l'angle de l'arête est  $150^\circ$ . Pour ces comparaisons il est le plus commode de tailler une arête sur une partie de l'écran cylindrique (fig. 14, § 19). Tant que ces

franges persistent, l'influence de la structure de la source sur l'aspect des franges se manifeste dans le cas des écrans prismatiques, comme dans le cas des écrans cylindriques. Cependant on n'observe pas du moins pas si nettement, dans les pénombres très larges les franges additionnelles (§ 2, *b*).

Lorsque la pénombre est très étroite (0,01-0,02 mm. par exemple) et si l'écran est peu transparent (fer) la frange noire a sensiblement le même aspect du côté de la partie cylindrique que du côté du prolongement prismatique. Si l'écran est plus transparent (verre), la frange noire du côté prismatique a le même aspect que dans le cas d'une pénombre large de quelques millimètres, par contre, une frange claire n'apparaît qu'entre  $X_{m,a}$  et  $X_{k,a}$  (fig. 14) à la limite de la plage dégradée entre  $X_{ta}$  et  $X_{k,a}$  (ou fig. 13 entre  $H_a$  et  $X_{m,k}$ ) due à l'absorption variable de la partie prismatique de l'écran. La plage dégradée est donc aussi dans ce cas délimitée par une frange claire et une noire (v. § 6). Il me paraît important de souligner l'observation que j'ai faite que la frange claire disparaît lorsque l'écran est peu épais, en même temps que la frange noire devient moins visible. *L'absence de frange claire est donc, uniquement la conséquence de la transparence et non des autres caractéristiques de la matière.* Les écrans de différentes matières donneront les franges de même aspect, si leur transparence est la même soit par différence d'épaisseur de l'écran, soit par différences des fréquences de radiation.

b) *Poli des surfaces.* — On n'a constaté aucune influence du poli sur l'aspect des franges.

c) *Rayonnement diffusé.* — De même le rayonnement diffusé par l'air, ou par l'écran même, n'influence pas l'aspect des franges (Demetrović et Alberti, *a*).

d) *Longueur d'onde.* — Son influence ne se manifeste que par l'intermédiaire de la transparence.

e) *Temps de pose.* — Si le temps de pose n'est pas énormément prolongé, l'aspect des franges ne change pas d'une

manière appréciable, seulement leur visibilité (contraste), augmente si le temps de pose est plus long et commence à décroître si le temps dépasse une certaine limite, mais toujours on les observe très nettement. La visibilité de ces franges se comporte donc de la même manière que la visibilité d'une frange produite par une fente dont la visibilité a été étudiée par Neff. Cependant *si le temps de pose est extrêmement long* (au-dessus de 1 000 milliamp.sec) *on observe que la frange noire est déplacée vers la frange claire* : c'est particulièrement bien visible dans les cas où la pénombre est large de plusieurs millimètres; *en se déplaçant la frange s'élargit aussi*. La largeur de la frange claire ne change pas sensiblement, mais elle est plus apparente sur le fond plus noir de la radiographie surexposée, comme c'est le cas aussi avec les franges sur les radiographies normales si le temps de pose augmente. Ce déplacement de la frange noire est évidemment en relation avec la solarisation du film radiographique. *On peut mettre en évidence cet élargissement et le déplacement de la frange noire par la méthode suivante* : on couvre une partie du film avec une plaquette, suffisamment mince et étroite, en Al, en verre ou en fer par exemple ; la frange noire dans la partie couverte par la plaquette reste aussi éloignée de l'ombre que sur les radiographies normales, on le vérifie aisément en superposant cette radiographie à une autre normalement exposée, tandis que dans la partie non protégée par la plaquette la frange noire s'approche plus ou moins de l'ombre, suivant l'exposition. On constate aisément que la partie de la pleine lumière sous la plaquette est plus opaque que celle non protégée. J'ai poursuivi cette influence de surexposition sur l'aspect des franges jusqu'à une exposition de 3 600 milliamp.sec., avec des tensions d'environ 60 kv ; les films employés étaient ceux extra-rapides de Gævert. Le bord de la frange noire du côté de la pleine lumière devient de plus en plus flou dans la mesure qu'elle s'approche de la frange claire, pourtant la frange est toujours

plus apparente que celle sur une radiographie normalement exposée ; à cause de l'opacité très grande de ces clichés il faut enlever le verre dépoli devant la lampe pour les observer.

f) *Mode de développement.* Un développement convenable peut augmenter leur visibilité. Ce développement ne diffère pas de celui qui rend les contrastes faibles plus apparents ; or, il n'y a pas lieu d'insister plus sur ce facteur.

§ 5. *Position des franges.* — Après avoir étudié les variables dont dépend l'aspect des franges, nous allons préciser leur position relativement à l'ombre de l'écran. Dans ce but, il faut calculer la largeur de l'ombre et la comparer avec les distances mesurées entre les franges. La largeur (O) de l'ombre s'étalant entre  $X_u$  et  $X'_u$  (fig. 1) est donnée par :

$$(2) \quad O = \frac{D(a+b)}{b} - P,$$

où P est la largeur de pénombre donnée par (1) et D la distance des points où les rayons tangents au cylindre se coupent ; cette distance peut être posée égale au diamètre ( $2R$ ) de la coupe circulaire de l'écran et c'est toujours le cas lorsque la valeur ( $b$ ) des ordonnées des points où les rayons tangents se coupent est sensiblement égale à la valeur de l'ordonnée du point C par laquelle passe l'axe de l'écran cylindrique : or on mesure  $b$  en mesurant la distance normale entre l'axe de l'écran et le film ; on trouve la distance  $a$  en mesurant la distance normale entre l'axe de l'écran et l'axe du tube.

On fait toutes ces mesures avec une réglette divisée en millimètres. Comme la position de l'axe du tube est mal définie et parce qu'elle ne passe pas exactement par  $F_0$  on commet une erreur absolue sur  $a$  de 5 mm. au moins tandis que sur  $b$  elle est inférieure à 1 mm., la position de l'axe de l'écran étant plus facile à préciser. La précision dans la mesure de  $2R$  est encore plus grande parce qu'elle peut

être effectuée par un palmer, elle dépend de la précision avec laquelle l'écran est travaillé.

Pour connaître  $P$  il nous faut encore mesurer la différence  $f_a - f_u$ , c'est-à-dire la largeur du foyer dans le plan de la coupe (fig. 1) cette largeur ne peut être mesurée qu'indirectement par la méthode de la chambre noire à trou. Supposons qu'au lieu d'un cylindre un trou se trouve en  $C$  (fig. 1) la largeur ( $f_a - f_u$ ) du foyer est donné par :

$$(3) \quad f_a - f_u = J \frac{a}{b} - t \frac{a+b}{b}$$

où  $J$  est la largeur de l'image du foyer s'étalant entre  $X_a$  et  $X'_a$  et  $t$  le diamètre du trou ne dépassant pas 0,5 mm. On obtient  $J$  en mesurant la distance entre les bords extérieurs des deux franges bordant cette image ; par conséquent la largeur de ces franges est comprise dans  $J$  ; la précision dans la mesure de  $J$  est assez différente et dépend de l'aspect des franges claires, en moyenne elle est de l'ordre de 5 o/o.  $a$  et  $b$  étant les distances normales entre la source et le trou, et entre le trou et le film, on les mesure à partir du côté du trou tourné vers le film.

Les franges n'ayant pas des bords nets, la précision dans la mesure des distances des franges n'atteint 5 o/o que dans le cas où elles sont très nettes. Cette mesure est effectuée avec le microscope de mesure à grossissement très faible, où avec le microscope à oculaire micrométrique, ou, enfin, lorsque les pénombres sont très larges avec le vernier. Dans les limites de cette précision, en comparant la distance entre les bords intérieurs (ceux du côté de l'ombre) des franges claires et la largeur de l'ombre calculée en (2) on trouve que *la frange claire est située dans la pénombre juste à sa limite du côté de l'ombre*. La distance entre les bords extérieurs (ceux du côté de la pleine lumière) des *franges noires* est légèrement plus grande que  $O + 2P$  ; *elles se trouvent donc dans leur plus grande partie dans la pénombre et empiètent légèrement sur la pleine lumière*.

## B. — Franges dans l'ombre de l'écran.

§ 6. Conditions où les franges apparaissent. — Prenons un parallélépipède. Posons-le sur le film ( $F_i - F_i$ , fig. 3a) enveloppé de papier noir de manière que l'axe  $YY$  soit normal au film et qu'il passe par le foyer ( $F_a - F_a$ ) et ne passe pas par l'écran ABCD. Dans ce cas l'ordonnée ( $b$ ) du point dans le plan du dessin par laquelle passe l'axe du trou est

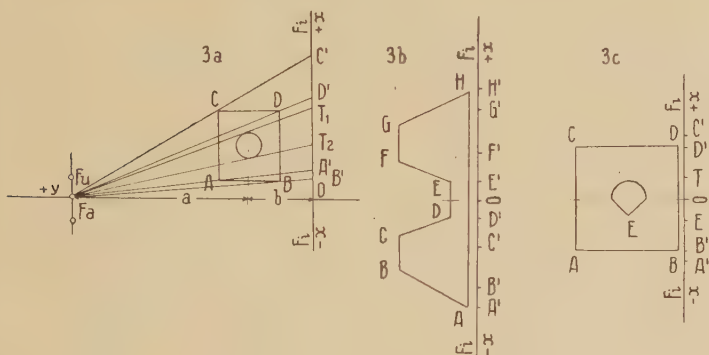


Fig. 3.

d'environ 1 cm. si les côtés de l'écran ont environ 2 cm. et le diamètre du trou environ 1 cm. Soit, enfin la différence ( $a$ ) de l'ordonnée d'un point de la source et de l'ordonnée  $b$  égale à 35 cm. Dans ces conditions on obtient sur les radiographies de cet écran — faites sous une tension entre 50 — 80 kv, et avec une exposition de 30 à 100 milliamp.sec. les franges noires en  $B'$  et  $C'$  bien distancées des franges claires en  $D'$  et  $A'$ . *Les franges apparaissent comme étant les projections des arêtes de l'écran. L'ombre du trou est délimitée de chaque côté par une frange claire ( $T_1$  et  $T_2$ ).* La figure IV reproduit une telle radiographie ; l'écran employé n'était pas complètement percé. Les arêtes se projetant dans

l'ombre ne produisent pas toujours les franges claires; elles se projettent dans d'autres conditions comme les franges noires. On peut réaliser ces conditions avec un écran en fibre de forme indiquée par la figure 3*b*. Les arêtes intérieures D et E se projettent comme les franges noires, cependant elles sont moins noires que celles projetées par les arêtes A et H. En général, les franges noires sont moins visibles si l'épaisseur de l'écran entre D et E est plus grande. De ces radiographies on voit qu'il existe entre une frange claire et une frange noire successive une plage dégradée, tandis qu'entre deux franges noires (ou claires) successives le noircissement ne varie pas ou du moins pas sensiblement; ces franges apparaissent donc, dans les mêmes conditions de répartition du noircissement du film comme celles bordant une pénombre. On conclut des radiographies de l'écran représenté par la figure 3*a* que deux franges claires successives ( $T_1$  et  $T_2$ ) sont quelquefois séparées par deux plages légèrement dégradées en sens inverse, sans qu'on observe au milieu où ces deux plages se rencontrent une frange noire. Chacune de ces plages dégradées provient d'une variation de l'épaisseur de l'écran.

Les franges peuvent s'entrecroiser sans s'influencer notablement : on le voit sur la figure V laquelle reproduit une radiographie d'un octaèdre d'alun placé sur le film enveloppé de papier noir.

Si l'on fait tourner l'écran (fig. 3*a*) autour de l'axe du trou dans le sens des aiguilles d'une montre, les franges claires en D' et en A' se rapprochent de plus en plus de celles en  $T_1$  et  $T_2$ , elles coïncident enfin, et atteignent un maximum. En continuant à tourner l'écran dans le même sens on arrive, enfin, à faire coïncider les franges en D' et en A' dans ce cas aussi la frange est plus forte qu'une frange seule.

Les franges claires bordant l'ombre d'un trou sont un peu plus larges et plus apparentes sur les radiographies des tubes lorsque la paroi de ces tubes (en verre ou Al par ex.)

ne dépasse pas 3 ou 4 mm. Si l'épaisseur des parois est plus grande la largeur des franges augmente, mais elles deviennent plus floues et moins visibles.

Le ménisque concave d'un liquide dans un écran en matière suffisamment transparente, — un tube en verre à paroi épaisse de 2 mm. par ex. — se projette bordé par une frange claire; celui convexe est bordé par une frange noire. L'ombre d'un trou sphérique dans un écran est délimité par une frange claire.

Les franges claires bordent aussi les trous prismatiques. Cependant si l'arête du prisme est de  $90^\circ$  et l'écran dans une position précisée par la figure 3c la frange est peu visible.

§ 7. Variables dont dépend l'aspect des franges dans l'ombre. — L'aspect de ces franges dépend aussi de la *largeur de la pénombre* c'est-à-dire des distances  $a$  et  $b$ , de la transparence de l'écran absorbant et de l'angle de l'arête. Cependant il n'existe pas la proportionnalité entre la largeur de la frange et la largeur de la pénombre. Si la largeur de la pénombre reste suffisamment petite, on peut la faire varier dans des limites assez larges sans influencer sensiblement l'aspect des franges surtout leur largeur. D'après mes expériences la pénombre doit dépasser environ 0,5 mm. pour observer une variation notable dans l'aspect des franges. En dépassant cette limite on observe que la largeur des franges augmente légèrement et que leur netteté diminue, dans la mesure que la pénombre s'élargit. Avec un tube dont le foyer était elliptique les axes étant 2 et 5 mm. et avec les distances  $a$  et  $b$  égale à 20 cm. j'ai obtenu des franges dans l'ombre environ deux fois plus larges que celles les plus étroites, qu'on obtient avec  $a$  égal à 70 cm. et  $b$ . égal à 1 cm (écran posé sur le film).

L'influence de la *transparence de l'écran* consiste en ce que la visibilité (le contraste) des franges diminue, tandis que leur largeur ne change pas sensiblement, si l'écran est

moins absorbant. On peut étudier l'influence de la transparence en variant l'épaisseur de l'écran, ou en variant la matière de l'écran. Pendant ces expériences je me suis servi d'écrans en ébonite, en charbon des lampes à arc voltaïque, en bois et en fibre. Lorsque les écrans sont en matières plus absorbantes (verre, Al, Fe, Cu, Ag), les franges finissent par disparaître, si les écrans sont suffisamment épais ; sur les radiographies d'un écran prismatique en fer épais de 5 mm. dans lequel est pratiqué un trou de 2,5 mm. de diamètre on n'observe plus les franges dans l'ombre si la tension est d'environ 60 kv. Lorsqu'on augmente la tension à 180 kv. les franges apparaissent de nouveau.

L'angle de l'arête influence aussi la largeur et la visibilité de la frange projetée par cette arête. Dans les expériences où on étudie cette influence il faut faire  $a$  assez grand et  $b$  assez petit (pénombre très étroite, moins de 0,5 mm.) afin que l'influence de l'angle de l'arête se manifeste plus nettement. Pour décrire la relation existant entre l'angle et la largeur de la frange considérons l'angle ABC (fig. 3b) de l'arête B laquelle se projette comme une frange claire. Si cet angle augmente au-dessus de  $90^\circ$  la frange claire devient de plus en plus large et moins nette, ce qui est, d'ailleurs, toujours le cas avec toutes ces franges si la plage dégradée s'élargit ; lorsqu'on place l'écran (fig. 3b) de sorte que l'axe YY passe par l'arête B, et si l'on rend l'angle ABC égal à  $90^\circ$ , — l'angle BAH dans ce cas est aussi égal à  $90^\circ$  et l'arête A se trouve aussi sur l'axe YY — la frange noire devient extrêmement fine et peu apparente. Si l'on continue à diminuer l'angle ABC au-dessous de  $90^\circ$  la frange projetée par l'arête B n'est plus claire : elle est noire et c'est celle projetée par A qui est claire ; cette frange noire projetée par B n'appartient plus au type des franges dans l'ombre : elle se trouve hors de l'ombre. On constate le même effet avec la frange projetée par l'arête C : lorsque l'angle BCD est plus petit de  $90^\circ$  la frange projetée par C devient noire et n'appartient plus au

type des franges dans l'ombre, bien qu'elle s'y trouve, elle fait maintenant partie d'une pénombre laquelle se projette dans l'ombre de l'écran; si l'écran est suffisamment absorbant (en verre ou Al par exemple) on observe même que la frange noire projetée par B et C est doublée par une frange claire.

L'influence de *la structure de la source* n'est pas assez grande pour qu'on puisse la mettre en évidence d'une manière indubitable. Avec tous les tubes employés on a obtenu des franges sensiblement pareilles, cependant on constate une légère différence dans la netteté des franges projetées en  $T_1$  et  $T_2$  (fig. 3a) ainsi que de celles en  $A'$  et  $D'$ ; l'une des deux commence à devenir moins nette lorsque la pénombre s'élargit au-dessus de 0 mm. 5. Mais cette différence n'est pas très manifestée, puisque les franges dans ces conditions sont assez floues et étroites.

### C. — Nature des franges.

§ 8. Étude microphotométrique des clichés. — Au premier coup d'œil, surtout sur les franges très intenses, on ne peut pas douter de l'objectivité de ces franges. On n'est pas peu surpris — si l'on néglige l'effet Mach — de constater qu'à *ces franges si bien visibles ne correspond aucun pic dans la courbe microphotométrique* (fig. 4 correspondant à la pénombre gauche — entre les repères — de la fig. IIb) mais seulement un coude ou une incurvation. *Et si ce pic existe il est si peu accentué qu'il ne paraît aucunement possible de lui attribuer la grande visibilité de la frange.* Ce que je viens d'écrire est basé seulement sur quelques courbes microphotométriques de mes clichés <sup>(1)</sup> ainsi que sur la

(1) Ces courbes microphotométriques ont été faites en 1931 et 1932 par MM. S. Rosenblum, M. Valadares et G. Mano au laboratoire Curie. Tout récemment quelques-uns de mes clichés —

courbe d'Andrus et celle de Wagner faite d'après un cliché de Kœhler (*b*). On peut décrire les courbes microphotométriques de mes clichés comme il suit : à une frange claire pro-



Fig. 4.

- jetée par l'arête dans l'ombre ne correspond aucun pic ; à une frange noire bordant la pénombre où à une claire bordant l'ombre d'une cavité cylindrique correspond, en général, un très faible pic, mais son existence n'est pas tout à fait certaine ; on ne constate pas qu'à une frange claire bordant la pénombre du côté de l'ombre corresponde un pic. *Les franges sont donc dues principalement à un effet subjectif.*

entre autres celui de la fig. IIb — ont été enregistrés au laboratoire de M. A. Cotton par M. W. Heller. Je les prie de trouver ici mes plus vifs remerciements.

Mais comme nous le verrons au chapitre IV, l'aspect des franges bordant la pénombre — et ce sont elles qui font le principal objet de cette étude — ne peut être expliqué par l'effet Mach d'une manière simple comme l'a essayé Walter (v. Introduction, *d* et *e*). Nos expériences telles que nous venons de les décrire, montrent que l'aspect des franges dépend de la largeur de la pénombre, de la structure de la source et de la transparence de la matière. Il faut donc préciser comment ces différents facteurs influencent l'effet Mach et, par conséquent, l'aspect des franges dues à cet effet. Enfin, on peut aussi prévoir une frange objective comme conséquence de la réflexion totale, de la réfraction et de la diffraction. Il faut donc préciser l'intensité de ces effets pour savoir si les effets objectifs qu'on puisse observer dans les courbes microphotométriques correspondent à ceux dus aux phénomènes mentionnés, ou si ces effets sont affaiblis, ou renforcés par des phénomènes encore inconnus. Il faut aussi apprendre si ces effets objectifs influencent, et comment, les effets subjectifs. Ce n'est qu'après toutes ces études qu'on peut se rendre complètement compte de la nature des franges et des facteurs dont dépend leur aspect.

### § 9. Remarque sur la nature des franges dans l'ombre.

— Il est facile de démontrer qu'en certains cas les franges projetées dans l'ombre peuvent être en grande partie objectives. Un tel cas est réalisé lorsque les arêtes A et D (fig. 3a) se trouvent sur le chemin d'un rayon c'est-à-dire, lorsque les franges que ces arêtes projettent coïncident. Un autre cas est celui d'un tube. L'épaisseur de la paroi de ce tube est la plus grande dans la direction tangente à la cavité du tube. Il en est de même dans le cas où les arêtes A et D se trouvent sur le chemin d'un rayon. L'apparition de la frange claire est, évidemment, la conséquence du maximum de l'épaisseur. Des cas semblables peuvent être réalisés aussi par la superposition d'écrans cylindriques ; en ce cas des pics très accen-

tués dans les courbes microphotométriques correspondent aux franges (v. Introduction, *o*).

§ 10. Aspect des franges en fonction de la répartition du noircissement du cliché. — Au lieu de rechercher les variables conditionnées par la position de l'écran, sa matière et la structure du rayonnement, nous pouvons préciser l'aspect des franges en fonction de la répartition du noircissement du cliché. L'existence de l'effet Mach et ses lois suggèrent cette méthode de recherche. Une étude complète suivant cette méthode exige une étude microphotométrique des clichés. D'une manière qualitative nous pouvons préciser la relation entre l'aspect des franges et le noircissement du cliché en tenant compte de l'influence des facteurs étudiés aux §§ 2-7 sur la répartition de l'intensité, c'est-à-dire, du noircissement. Cette relation peut être résumée comme suit :

Une plage dégradée est limitée par une frange claire et par une frange noire. L'aspect de ces franges dépend de la relation entre le noircissement ( $I$ ) de la pleine lumière et de la différence des noircissements ( $I_c - I_d$ ) aux bords de la plage, de sa largeur ( $p$ ), de la forme de la variation du noircissement dans la plage et enfin de la forme de son changement au bord de la plage. La visibilité d'une frange augmente si  $(I_c - I_d)/I$  augmente ; elle diminue si  $p$  augmente. La visibilité est maximum si le noircissement varie d'une façon continue, — c'est-à-dire si  $(I'_c - I'_d)/p'$  reste constant pour chaque partie de la plage,  $p'$  étant la largeur de cette partie,  $I'_c - I'_d$  la différence des noircissements aux bords de cette partie — et si le changement de la variation est brusque. Cependant, si  $p$  ne dépasse pas 1 mm. la visibilité ne varie pas notablement bien que  $p$  varie (voir § 26 *b — d*).

---

## CHAPITRE II

### Répartition de l'intensité derrière un écran radiographié.

§ 11. — Dans les considérations qui vont suivre sur la répartition de l'intensité il ne sera envisagé que les sources ponctuelles et linéaires, ces dernières seront appelées aussi *sources larges*. L'influence de l'étendue spaciaie de la source peut être négligée. On peut aussi négliger l'influence du poli. J'ai montré (*a* et Demetrović et Alberti, *a*) que les surfaces mal polies ont un pouvoir réflecteur très fort dans le domaine de la réflexion totale. On sait aussi que l'influence du poli sur la réfraction, même dans le domaine de la lumière visible, est très faible. Donc, l'influence de la réflexion et de la réfraction que nous allons calculer ne sera qu'affaiblie légèrement dans le cas des écrans à surfaces mal polies.

Pour se rendre compte de l'influence des différents phénomènes connus sur la répartition de l'intensité on les envisagera successivement et on évaluera ensuite leur effet global.

#### A. — Ecrans cylindriques.

##### Influence d'absorption.

§ 12. **Source ponctuelle.** — Supposons que les rayons X se propagent sans subir la réfraction et la diffraction, et considérons au moyen de la figure 5 l'influence de l'absorp-

tion seule dans le cas d'un écran cylindrique. Pour plus de simplicité on a pris l'axe YY normale à l'axe de l'écran et l'axe XX dans le plan du film. Le chemin dans le cylindre d'un rayon venant d'un point F de la source est donné par :

$$(4) \quad IS = 2R \sin \theta$$

où R est la valeur du rayon (CS ou CI) de la coupe circulaire de l'écran, et  $\theta$  le complément de l'angle d'incidence  $i$ . Ce rayon tombe sur le film en un point X dont l'abscisse est  $x$ .

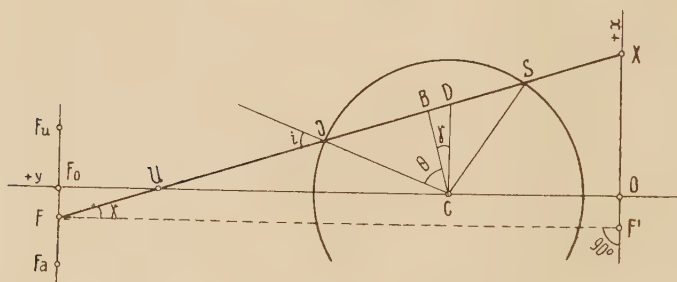


Fig. 5.

Essayons de définir IS en fonction des coordonnées des points X, C et F et de la valeur de R. Menons CD normale à l'axe YY. Soit U le point d'intersection de l'axe YY et le rayon FX. Puisque  $CD/CU = XF'/FF' = F_oF/F_oU$ , et si l'on pose  $CU = a - y$ ;  $F_oU = y$ ;  $XO = x$ ;  $OF' = F_oF = f$ ;  $XF' = XO + OF' = x - f$ , on aura :

$$(5) \quad CD = \frac{a(x - f) + f(a + b)}{a + b} = \frac{ax + bf}{a + b}$$

où  $f$  est l'abscisse du point F,  $a + b$  son ordonnée,  $b$  l'ordonnée du centre C,  $a$  la différence de ces deux ordonnées. Menons ensuite BC normale au rayon FX; dans les triangles BCD et BIC on a :

$$(6) \quad CD = \frac{R \cos \theta}{\cos \gamma}$$

où  $\gamma$  désigne l'angle DCB ; parce que les angles XFF' et DCB sont égaux, il vient en considérant le triangle XFF'.

$$(7) \quad \cos \gamma = \frac{a + b}{\sqrt{(a + b)^2 + (x - f)^2}}.$$

Au moyen de (5), (6) et (7) on trouve :

$$(8) \quad \cos \theta = \frac{ax + bf}{R\sqrt{(a + b)^2 + (x - f)^2}}.$$

Enfin en exprimant  $\sin \theta$  comme fonction de  $\cos \theta$  on peut écrire (4) eu égard à (8) comme suit :

$$(9) \quad \boxed{IS = 2R \sqrt{1 - \frac{(ax + bf)^2}{R^2[(a + b)^2 + (x - f)^2]}}}$$

Le chemin d'un rayon dans le cylindre est ainsi exprimé en fonction de l'abscisse du point X où il tombe sur le film, du rayon R du cylindre, des coordonnées du point F d'où part ce rayon et de l'ordonnée  $b$  du centre C de la coupe circulaire de l'écran.

Par la résolution de (8) en  $x - f$  on obtient :

(8 a)

$$\boxed{x - f = - \frac{a + b}{a^2 - R^2 \cos^2 \theta} (af \pm R \cos \theta \sqrt{a^2 + f^2 - R^2 \cos^2 \theta})}$$

la formule donnant l'abscisse du point où tombe un rayon incident sous l'angle  $\theta$ . En posant  $\theta = 0^\circ$  dans (8 a) on obtient :

$$(8 b) \quad \boxed{x_t = f - \frac{a + b}{a^2 - R^2} (af \pm R \sqrt{a^2 + f^2 - R^2})}$$

c'est-à-dire les abscisses ( $x_t$ ) des points où tombent les rayons tangents à l'écran. La différence de deux valeurs de

$x_t$  est égale à la largeur de l'ombre (O), si la source est ponctuelle, donc :

$$O = x_t - x'_t = \frac{2(a+b)R\sqrt{a^2 + f^2 - R^2}}{a^2 - R^2}.$$

Lorsqu'on connaît IS on peut calculer l'influence de

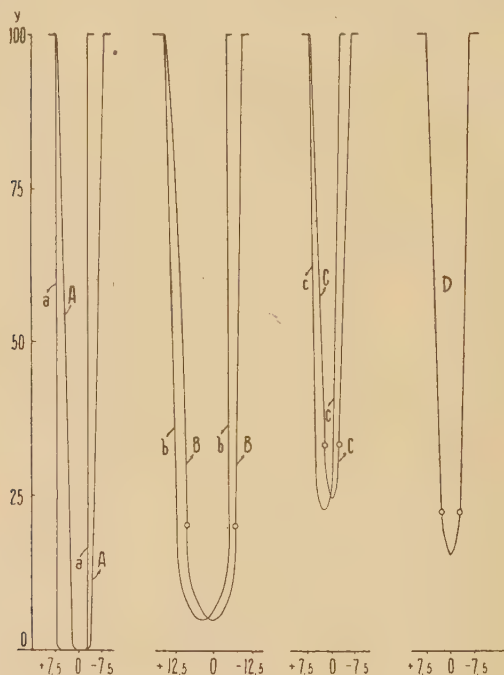


Fig. 6.

l'absorption sur la répartition de l'intensité par l'application de la loi d'absorption; donc, l'intensité dans un point X dont l'abscisse est  $x$  sera :

$$i_x = i_o e^{-\mu IS}$$

où  $i_o$  est l'intensité dans le point X si l'écran n'existe pas, et  $\mu$  le coefficient d'affaiblissement total de l'intensité par l'écran envisagé.

En procédant de cette manière pour un écran cylindrique en fer de rayon  $R = 2,5$  mm. et pour une radiation dont  $\mu = 30$  en unités CGS (donc  $\lambda \simeq 0,3 \text{ \AA}$ ), si  $a = b = 200$ ,  $f = 2,5$  en millimètres, nous obtenons la courbe  $a$  (fig. 6) représentant la répartition de l'intensité. Pour un écran en verre dont  $R = 5$  mm.  $\mu = 3$  ( $\lambda \simeq 0,4 \text{ \AA}$ ) et  $a = b = 200$  mm.,  $f = 2,5$  mm. on obtient la courbe  $b$ ; pour un écran en verre dont  $R = 2,5$  mm. et  $\mu$ ,  $a$ ,  $b$  est  $f$  conservent les mêmes valeurs que précédemment, on obtient la courbe  $c$  (fig. 6).

§ 13. Source large. — Envisageons maintenant l'influence de la largeur de la source sur la répartition de l'intensité. L'intensité en un point  $X$  (fig. 5) est égale à la somme des intensités des rayons tombant sur ce point et provenant de tous les points élémentaires qui constituent la source. Voilà comment on peut calculer cette somme. Considérons la formule (9), si  $(x - f)^2$  est petit et négligeable relativement à  $(a + b)^2$ , un rayon tombant sur  $X$  d'un point  $F_p$  de la source dont l'abscisse est  $f = f_a + p$  — où  $f_a$  est l'abscisse du point  $F_a$  et  $p$  une valeur comprise entre zéro et  $(f_u - f_a)$  — aura dans l'écran un chemin peu différent de celui d'un rayon venant de  $F_a$  et tombant en un point  $X_p$  dont l'abscisse est  $x + \frac{b}{a}p$ . Ce fait est la conséquence de ce que la valeur du numérateur  $(ax + bf)^2$  reste la même lorsqu'on prend pour  $x$  premièrement la valeur de  $x + bp/a$  et ensuite  $x$ , tandis que pour  $f$  on prend premièrement la valeur  $f_a$  et ensuite la valeur  $f_a + p$ ; donc,  $a(x + bp/a) + bf_a = ax + b(f_a + p)$ . Par conséquent, le rayon arrivant de  $F_p$  à  $X$  aura une intensité sensiblement égale à l'intensité du rayon venant du point  $F_a$  au point  $X_p$  et la somme des intensités des rayons tombant sur  $X$  de tous les points de la source est donc sensiblement égale à la somme des intensités de tous les rayons venant du point  $F_a$  et irradiant les points sur l'axe  $XX$  entre  $X$  et  $X_p$ . Cette somme peut être calculée par

l'intégration graphique de la surface délimitée par la courbe de répartition de l'intensité correspondant à la source ponctuelle en  $F_a$ , les ordonnées en  $x$  et  $x + b(f_a - f_u)/a$  et le segment de l'axe des abscisses entre ces deux points. Si nous supposons que la source large ( $F_a F_u$ ) est formée par l'élargissement de la source ponctuelle sans changement de l'intensité totale émise par la source, on obtiendra les ordonnées de la courbe correspondante à la source large — c'est-à-dire la somme des intensités de tous les rayons aboutissant au point où on veut ériger cette ordonnée — en divisant la surface mentionnée par  $b(f_u - f_a)/a$ . Pour obtenir la courbe de répartition on applique ce procédé à un nombre suffisant de points  $X$ . En comparant maintenant la courbe ainsi obtenue correspondante à la source large avec celle relative à la source ponctuelle on peut apprendre l'influence qu'exerce la largeur de la source sur la répartition de l'intensité.

En procédant de cette manière nous obtenons pour une source large dont  $f_u = 2,5$  et  $f_a = -2,5$  mm. les courbes A, B et C (fig. 6) les autres conditions étant celles précisées pour calculer les courbes  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

On obtient les abscisses des points extrêmes de la pénombre par le calcul des valeurs particulières de  $x$  dans (8b) correspondant à des valeurs de  $f$  égales à  $f_a$  et à  $f_u$ . Les limites des pénombres, du côté de l'ombre, sont marquées dans les courbes B et C par des cercles. Ces limites dans la courbe A ne sont pas ainsi marquées, leurs ordonnées étant si petites que les cercles devaient être sur l'axe des  $X$  en  $+2,5$  et  $-2,5$ .

Dans le cas où  $(x - f)^2$  n'est pas négligeable devant  $(a + b)^2$  on calculera l'intensité en un point  $X$  si la source est large par la méthode suivante : on partage la source en plusieurs ( $n$ ) parties qu'on considère comme ponctuelles et dont l'intensité est  $i_o = I_o/n$ , où  $I_o$  est l'intensité totale ; on calcule les intensités ( $i_1, i_2, \dots i_n$ ) venant de chacune de ces

parties au point X ; l'intensité totale en X est  $I_x = i_1 + i_2 + \dots + i_n$ .

§ 14. **Modification de la répartition due à l'hétérogénéité du rayonnement.** — Le rayonnement dans la radiographie courante est toujours hétérogène. On peut se rendre compte de l'influence de l'hétérogénéité du rayonnement sur l'allure de la courbe de répartition avec une précision aussi grande que l'on veut par la méthode suivante : On partage le fond continu en un nombre suffisant de bandes ; chacune d'elles est une fraction de l'intensité totale et on considère le rayonnement de chaque bande comme monochromatique. On calcule les intensités en un point dues à chacune des bandes et en faisant ensuite la somme de ces intensités on obtient l'intensité totale au point considéré ; en procédant ainsi pour une série de points on obtient les données nécessaires au calcul de la courbe de répartition du rayonnement hétérogène.

La courbe D (fig. 6) montre l'influence de l'hétérogénéité du rayonnement ; elle correspond aux mêmes conditions dans lesquelles la courbe C est obtenue lorsque le rayonnement est homogène. Pour obtenir la courbe D on a partagé le fond continu en cinq bandes d'intensités inégales et on a attribué à chaque bande un coefficient d'affaiblissement  $\mu$  peu différent de ce même coefficient pour une radiation de longueur d'onde égale à la longueur d'onde moyenne de cette bande. Les longueurs d'onde, les coefficients et le pourcentage de l'intensité totale de ces cinq bandes étaient :

|           |   |     |     |     |     |          |
|-----------|---|-----|-----|-----|-----|----------|
| $\lambda$ | = | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 en Å |
| $\mu$     | = | 1,5 | 3   | 5   | 8   | 16       |
| o/o       | = | 13  | 28  | 24  | 18  | 17       |

Ces valeurs ont été admises en supposant que le tube à cathode incandescente employé, émet sous environ 50 kv. max. un rayonnement ayant la même répartition spectrale que celle du tube Coolidge sous 42 kv. max. étudié par Dauvillier.

La comparaison des courbes C et D montre que la courbe D conserve qualitativement le même caractère que la courbe C. *L'hétérogénéité ne donne naissance à aucun coude ou discontinuité dans la courbe, seulement la courbure à la limite de l'ombre est légèrement augmentée.*

§ 15. Influence de la structure de la source sur la répartition de l'intensité. — Si certaines parties du foyer émettent plus fortement que leurs alentours, on peut se rendre compte du changement dans la courbe dû à cette structure de la source en considérant la *source* comme *composée* d'une source large (*source principale*) émettant uniformément et des sources étroites (*sources additionnelles*) qui se superposent à la source principale, et dont chacune émet uniformément, mais plus fortement que la partie de la source large égale à la source étroite considérée. Des innombrables combinaisons possibles, on n'en envisagera ici que deux : la première, où la source additionnelle est au milieu de la source principale (cas de tube à foyer elliptique, fig. I) et la seconde, où les sources additionnelles sont aux bords de la source principale (tube Metalix, fig. III). Elles nous suffiront pour l'interprétation de l'aspect des franges. En faisant la somme des intensités provenant de tous les points de chaque source, on trouve l'intensité totale des rayons aboutissant en ce point.

Envisageons une source principale dont les points extrêmes ont les abscisses  $f_a = 2,5$  et  $f_u = + 2,5$  en millimètres et une source additionnelle dont  $f_a = 0,5$  et  $f_u = + 0,5$  mm. et un écran en fer dont  $R = 2$  mm. 5 ; ensuite  $b = a = 200$  mm. et  $\mu = 25$  en unités CGS. L'émission de la partie de la source occupée par la source additionnelle est six fois plus forte que celle d'une autre partie de la source principale de largeur égale à la source additionnelle. Puisque la largeur de cette source est  $1/5^e$  de la source principale, son intensité ( $I_a$ ) est donc égale à l'intensité ( $I_p$ ) de la source principale.

Dans ces conditions, la répartition de l'intensité dans une pénombre et dans la moitié de l'ombre contiguë à cette pénombre est représentée par la courbe  $A'_1$  (fig. 7), l'intensité totale des deux sources étant prise égale à 100 ; cette courbe

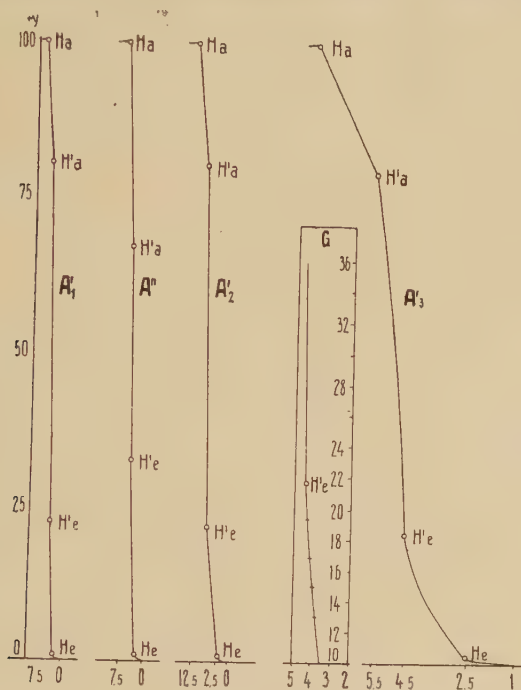


Fig. 7.

diffère de celle  $A$  (fig. 6) en ce qu'elle a outre le coude ( $H_a$ ) à la limite de la pleine lumière, un autre coude ( $H'_a$ ), concave vers l'axe des abscisses ; l'abscisse du point  $H'_a$  est égale à l'abscisse de la limite de la pleine lumière, si la source additionnelle existe seule <sup>(1)</sup>.  $H_e$  désigne la limite de l'ombre.

<sup>(1)</sup> Dans la suite il sera désigné par  $H_a$  avec un indice approprié la limite de la pleine lumière si la source additionnelle

Autour du point  $H'_e$  existe une très faible incurvation. Pour la faire plus apparente on a tracé la partie de la courbe  $A'_1$  à proximité de  $H'_e$  en multipliant par 2,5 les ordonnées et par 5 les abscisses, courbe G. Quand la source additionnelle est plus étroite (par exemple  $f_a = 0,25$  et  $f_u = + 0,25$  en millimètre) tandis que les autres conditions restent les mêmes (on a maintenant  $I_a = 50\ 0/0\ I_p$ ) on obtient la courbe  $A''$ ; le coude en  $H'_a$  dans cette courbe est considérablement plus obtus et l'ordonnée de  $H'_a$  un peu plus petite que dans le cas du coude correspondant dans la courbe  $A'_1$ . En général, lorsque la source additionnelle devient plus étroite et lorsque son intensité diminue proportionnellement à sa largeur, l'ordonnée du point  $H'_a$  devient plus petite et l'angle du coude dans ce point plus obtus; il est évident qu'en même temps l'angle du coude en  $H_a$  devient moins obtus. Par contre, si l'intensité de la source additionnelle augmente, le coude  $H'_a$  devient moins obtus et celui  $H_a$  plus obtus. Aussi lorsque la pénombre devient de plus en plus large, tandis que la relation entre la largeur de la source principale et de celle de la source additionnelle reste la même, le coude en  $H'_a$  devient de plus en plus obtus puisque les ordonnées diminuent beaucoup plus lentement que les abscisses; l'incurvation autour du point  $H'_e$  devient plus forte et tend à se confondre avec l'incurvation au point  $H_e$ , comme la comparaison des courbes  $A'_1$ ,  $A'_2$ ,  $A''$  et  $A'_3$  le démontre. La courbe  $A'_2$  correspond à une pénombre deux fois plus large que celle dans le cas de la courbe  $A'_1$ , donc  $P = 10\text{ mm.}$  (v. § 1). Dans la courbe  $A'_3$  la pénombre est dix fois plus large que celle dans la courbe  $A'_1$ , donc  $P = 5\text{ cm.}$ , tandis que la position du tube

existait seule; par  $H_e$  avec l'indice correspondant la limite de l'ombre dans le même cas.

et l'écran sont les mêmes que dans le cas de la courbe  $A'_1$ . Lorsque l'écran est plus transparent l'ordonnée du point  $H'_a$  est plus grande et l'angle du coude en ce point est moins obtus.

Si la source additionnelle (par exemple  $F_s$ , fig. 1) se déplace



Fig. 8.

vers le haut, l'abscisse du point  $H'_a$  augmente ; le coude en  $H'_a$  devient moins obtus et s'approche de celui en  $H_a$  dont l'angle devient plus obtus. Par contre, dans l'autre moitié de la courbe (elle n'est pas tracée sur la figure 7), les points correspondants s'éloignent l'un de l'autre, dans ce cas. Le déplacement dans le sens inverse entraîne, évidemment, des effets inverses.

Envisageons maintenant le cas où les sources addition-

nelles se trouvent aux bords de la source principale. Soit en millimètres  $f_a = -1$ ,  $f_u = +1$ , les abscisses des points extrêmes de la source principale;  $f'_a = -1$  et  $f'_u = -0,9$ ;  $f''_a = -0,6$  et  $f''_u = -0,7$ ;  $f'''_a = +0,8$  et  $f'''_u = +0,9$ , les abscisses des points extrêmes des trois sources additionnelles. Si  $a = 100$ ,  $b = 1000$ ,  $R = 2$  mm. 5 et  $\mu = 30$  en unités CGS, et si les sources additionnelles émettent  $1/6^\circ$  de l'intensité totale émise par cette source composée, on obtient la courbe  $A_c$  (fig. 8). La courbe  $a'$  (fig. 8) correspond à une source ponctuelle dont  $f_a = -1$ , et celle  $A'$  (ligne interrompue) à une source dont  $f_a = -1$  et  $f_u = +1$  en millimètres émettant uniformément une intensité égale à celle de la source composée, les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $R$  et  $\mu$  sont les mêmes que dans le cas de la source composée. De la courbe  $A_c$  on voit que le coude à la limite de la pleine lumière ( $H_a$ ) coïncide avec le coude  $H'_a$  dû à la source additionnelle entre  $f'_a$  et  $f'_u$ ; de même les incurvations autour de  $-H_e$  et  $-H'_e$  coïncident; enfin le coude en  $H'''_a$  renforce l'incurvation en  $H''_e$ ; pour le rendre plus apparent on a tracé cette partie de la courbe  $A_c$  dix fois agrandie : courbe E (fig. 8).

§ 16. Influence de la réflexion totale sur la répartition de l'intensité. — Un faisceau de rayons incidents sur une surface gauche s'élargit après la réflexion et l'intensité d'un rayon réfléchi est plus faible que celle d'un rayon direct. Nous allons préciser comment l'intensité d'un rayon réfléchi dépend du rayon de courbure de la surface réfléchissante, à l'aide de la figure 9. Un rayon venant du point F, dont l'abscisse est  $f$  et l'ordonnée  $a + b$ , tombe en un point M sur la surface de l'écran sous un angle  $i$  (dont le complément est  $\theta$ ); ce rayon forme avant la réflexion un angle  $\varphi$  avec le rayon tangent. Le faisceau de rayons incidents limité par ces deux rayons à ouverture angulaire  $\varphi$  s'élargira après la

réflexion et son ouverture angulaire sera  $\eta = 2\theta - \varphi$  ainsi qu'il ressort du triangle FMU ; on a désigné par U le point où le rayon tangent coupe le rayon réfléchi. Ce faisceau qui, sans réflexion aurait irradié la longueur entre les points X et  $X_t$  irradie après réflexion la longueur entre  $X'$  et  $X^t$  ; cette dernière longueur est aussi irradiée par un faisceau de rayons venant directement de la source et dont ouverture angulaire est  $\psi$ . En admettant qu'une source ponctuelle émet uniformément dans toutes les directions l'intensité d'un

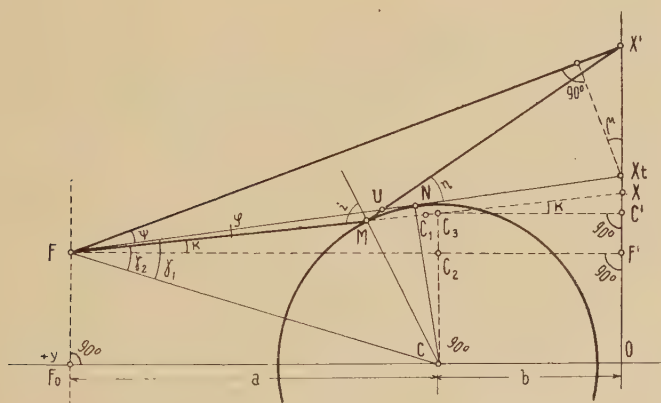


Fig. 9.

faisceau est proportionnelle à son ouverture angulaire ; entre les intensités des rayons réfléchi ( $i_l$ ) et direct ( $i_d$ ) existe la relation suivante :  $i_l/i_d = \varphi/\psi$ . Ce quotient sera désigné par  $q$ .

Ces ouvertures angulaires peuvent être exprimées en fonction du rayon de courbure  $R (= CM = CN)$  de la surface de l'écran, du complément ( $\theta$ ) de l'angle d'incidence  $i$  et des distances  $a$  et  $b$  définies à la suite de (5) — § 12 — par les considérations suivantes : Désignons l'angle du rayon tangent avec la droite FC par  $\gamma_1$  et celui du rayon incident en M

avec la même droite par  $\gamma_2$ . On tire du triangle rectangle FNC :

$$\sin \gamma_1 = R/FC \text{ et } \cos \gamma_1 = \sqrt{FC^2 - R^2}/FC.$$

Si  $CC_1$  est normale à FX (la droite  $CC_1$  n'est pas tracée sur la figure 9) on a  $CC_1 = R \cos \theta$  pour la raison suivante : l'angle  $\theta$  complément de  $i$ , formé par FX et la tangente en M (non tracée sur la figure 9) est égale à l'angle  $MCC_1$ , car  $CC_1$  est normale à FX et CM normale à la tangente en M. Ensuite on a :

$$\sin \gamma_2 = R \cos \theta / FC \quad \text{et} \quad \cos \gamma_2 = \sqrt{FC^2 - R^2 \cos^2 \theta} / FC.$$

Traçons  $FF'$  normale à l'axe des  $x$  et  $CC_2$  normale à  $FF'$ , donc  $FC_2 = a$ . Au moyen de ces relations et comme  $\varphi = \gamma_1 - \gamma_2$  et  $FC = \sqrt{a^2 + f^2}$  on trouve après substitutions correspondantes :

$$(10) \quad \sin \varphi = \frac{R}{a^2 + f^2} (\sqrt{a^2 + f^2 - R^2 \cos \theta} - \cos \theta \sqrt{a^2 + f^2 - R^2}).$$

Considérons les triangles rectangles  $X'PX_t$  et  $X'F'F$  on en tire  $\widehat{X'FF'} = \widehat{X'X_tP}$ ; désignons ces angles par  $\mu$  et on tire du triangle  $X'F'F$  :

$$(11) \quad \cos \mu = \frac{a+b}{\sqrt{(a+b)^2 + (x' - f)^2}}.$$

Du triangle  $X'FX_t$  suit, angle  $X'FX_t$  étant désigné par  $\psi$ ,

$$(12) \quad \sin \psi = \frac{(x' - x_t) \cos \mu}{\sqrt{(a+b)^2 + (x_t - f)^2}} = \frac{(x' - x_t)(a+b)}{(a+b)^2 + (x_t - f)^2}.$$

On peut écrire lorsque  $\theta$  est de l'ordre de quelques degrés, donc  $\eta \simeq 2\theta$ , et  $b \simeq UX_t$ , c'est le cas si  $R$  est petit relativement à  $b$ .

$$(13)$$

$$x' \simeq x_t + b \operatorname{tg} 2\theta.$$

Si  $f^2$ ,  $f^2 - R^2 \cos^2 \theta$  et  $f^2 - R^2$  sont négligeables devant  $a^2$  ainsi que  $(x_t - f^2)$  et  $(x' - f^2)$  devant  $(a + b^2)$  on peut écrire au lieu de (10) et (12) :

$$(14) \quad \sin \varphi \simeq \frac{R}{a} (1 \cos \theta);$$

$$(15) \quad \sin \psi \simeq \frac{x' - x}{a + b} \quad \text{ou eu égard à (13)} \quad \sin \psi \simeq \frac{b \operatorname{tg} 2\theta}{a + b}.$$

Par conséquent, lorsque  $\varphi$  et  $\psi$ , sont de l'ordre de quelques degrés, on a :

$$(16) \quad q = \frac{i_i}{i_d} \simeq \frac{\varphi}{\psi} \simeq \frac{R(a+b)(1-\cos\theta)}{ab \operatorname{tg} 2\theta}.$$

On peut donc, pour chaque rayon réfléchi sous un angle  $i(\theta)$  calculer son intensité par rapport à l'intensité d'un rayon direct. Au moyen de (8a) on peut calculer où ce rayon réfléchi serait tombé sans réflexion, et au moyen de (13) et (8b) où il tombe sous l'influence de réflexion.

La formule (16) nous donne l'intensité *moyenne* d'un rayon réfléchi faisant partie avant la réflexion d'un faisceau limité par le rayon tangent et le rayon incident sous un angle  $\theta$ . Pour calculer l'intensité d'un rayon réfléchi sous  $\theta$  il faut considérer le faisceau limité par les rayons incidents sous  $\theta_1 < \theta$  et  $\theta_2 > \theta$ . Lorsqu'on peut confondre les arcs de  $\varphi$  et  $\psi$  avec les  $\sin \varphi$  et  $\sin \psi$  on peut écrire :

$$\psi_2 - \psi_1 \simeq \sin \psi_2 - \sin \psi_1 = \sin \psi_\Delta$$

et

$$\varphi_2 - \varphi_1 \simeq \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = \sin \varphi_\Delta$$

où  $\varphi_\Delta$  est l'ouverture angulaire du faisceau limité par les rayons incidents sous  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et  $\psi_\Delta$  l'ouverture angulaire du faisceau des rayons directs irradiant la partie de l'axe des  $x$  irradiée aussi par les rayons réfléchis ayant appartenu au

faisceau  $\varphi_{\Delta}$ . Dans ces conditions, en partant de (14) et (15), on obtient :

$$(17) \quad \sin \varphi_{\Delta} \simeq \frac{R}{a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$(18) \quad \sin \psi_{\Delta} \simeq \frac{b \cdot \operatorname{tg} 2(\theta_2 - \theta_1)}{a + b}$$

et au lieu de (16)

$$(19) \quad g \simeq \frac{R(a+b)(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{ab \cdot \operatorname{tg} (\theta_2 - \theta_1)}$$

En appliquant (19) on trouve que l'intensité d'un rayon réfléchi sous  $42''$  ayant fait partie, avant la réflexion, d'un faisceau limité par les rayons incidents sous  $\theta_1 = 40''$  et  $\theta_2 = 44''$  est :

$$i_i = 0,000\,005\,58 \cdot i_d$$

si  $a = 100$ ,  $b = 1\,000$  en millimètres (ou inversement),  $R = 2,5$  mm. et la source se trouve en un point F dont l'abscisse  $f_i = -1$  mm. Ce rayon tombe au point dont l'abscisse  $x = 37,704$  mm. ce qu'on calcule en appliquant (13) et (8 b). Avec les mêmes valeurs pour  $\theta$  et  $R$ , si  $a = b = 200$  mm. on a  $g = 0,000\,006$  et  $x = 6,0408$ ; pour  $a = b = 100$  mm.,  $g = 0,000\,012$  et  $x = 6,0204$ . Lorsque  $a = b = 200$ ,  $R = 2$  mm. 5 et  $\theta_1 = 4'$  et  $\theta_2 = 5'$  on a  $g = 0,000\,016$  et  $x = 6,2618$ . Pour les mêmes valeurs de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $R$ , si  $a = 100$ ,  $b = 1\,000$  en millimètres on a  $g = 0,000\,01$ . On voit par ces exemples que l'intensité d'un rayon réfléchi ( $i_i$ ) par une surface gauche augmente si l'angle  $\theta$  devient de plus en plus grand, mais, en général, cette intensité est insignifiante devant l'intensité d'un rayon direct tombant au même point où tombe le rayon réfléchi. Par conséquent, l'augmentation de l'intensité hors de l'ombre d'un écran cylindrique à cause de la réflexion totale est aussi insignifiante.

§ 17. Influence de la réfraction sur la répartition de l'intensité. — Nous venons de voir combien est faible l'augmentation hors de l'ombre de l'intensité due à la réflexion, mais, ce ne sont pas seulement les rayons réfléchis qui peuvent avec les rayons directs arriver dans l'espace hors de l'ombre de l'écran. Les rayons incidents sous les angles un peu plus grands que l'angle limite de réflexion totale seront aussi déviés hors de l'ombre par la réfraction. Cependant l'influence de la réfraction et de la réflexion aussi, ne consiste pas seulement dans l'augmentation de l'intensité hors de

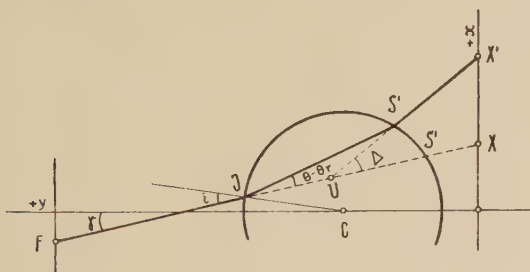


Fig. 10.

l'ombre. L'absence des rayons déviés hors de l'ombre par la réflexion et réfraction, ainsi que la déviation par la réfraction des rayons qui restent dans l'ombre y modifient la répartition de l'intensité.

a) *Influence de l'élargissement du faisceau.* — La réfraction par une surface gauche, ainsi que la réflexion par une telle surface, produisent un élargissement du faisceau incident après le passage à travers l'écran absorbant ; l'intensité ( $i_r$ ) du rayon réfracté n'est donc pas égale à l'intensité du rayon direct. De la figure 10 il est évident que l'abscisse de  $X'$  est donné par une formule analogue à (13).

$$(20) \quad x' \simeq x + b. \operatorname{tg} \Delta = x + b. \operatorname{tg} 2(\theta - \theta_r).$$

On démontre facilement que  $\Delta = 2(\theta - \theta_r)$ . Lorsqu'il s'agit des faisceaux très étroits leur ouverture angulaire est pro-

portionnelle à la différence des abscisses des points où les rayons extrêmes du faisceau tombent, donc :

$$(21) \quad \frac{i_r}{i_d} \approx \frac{x' - x'_1}{x - x_1}$$

où  $x_1$  est l'abscisse du point où le rayon incident sous  $\theta'$  serait tombé sans réflexion et  $x'_1$ , l'abscisse du point où ce rayon tombe à cause de la réfraction. Le quotient  $i_r/i_d$  sera désigné par  $Q$ . En tenant compte de (20) et (8 a) on peut écrire, après les substitutions, (21) comme suit, si  $R^2 \cos^2 \theta$  et  $f^2 - R^2 \cos^2 \theta$  sont négligeables relativement à  $a^2$ ,

$$(22) \quad Q \approx \frac{1}{1 + \frac{ab[\operatorname{tg} 2(\theta - \theta_r) - \operatorname{tg} 2(\theta' - \theta'_r)]}{(a+b) \cdot R \cdot \cos(\theta - \theta')}}.$$

On peut donc, par application de (22), calculer l'affaiblissement de l'intensité due à l'élargissement du faisceau, d'un rayon réfracté incident sous un angle entre  $\theta$  et  $\theta'$ ; la précision est d'autant plus grande que les valeurs de  $\theta$  et  $\theta'$  sont moins différentes. Le point où ce rayon tombe se calcule par l'application de (20) et (8 a).

b) *Influence de la réfraction sur la longueur du chemin dans l'écran.* — Sur la figure 10 il est évident qu'un rayon réfracté a, dans le cylindre, un chemin (IS') plus court que celui (IS) lorsqu'on néglige la réfraction. Par les considérations simples on trouve :

$$(23) \quad IS' = 2R \sin \theta_r$$

où  $\theta_r$  est le complément de l'angle de réfraction formé par IS' et IC. En considérant la loi de réfraction et si  $n$  désigne l'indice de réfraction, on a  $\cos \theta = n \cos \theta_r$ . Et on peut écrire (23) sous cette forme :

$$(24) \quad IS' = 2R \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \theta}{n^2}}.$$

Cependant le calcul montre que l'influence de  $n$  est pratiquement négligeable et au lieu de  $IS'$  on peut prendre  $IS$ . Eu égard à (22) la loi d'absorption dans le cas de réfraction des rayons X s'écrit sous cette forme :  $i_x = Qi_0 e^{-\mu IS}$ .

c) *Modifications des courbes de répartition de l'intensité dues à la réfraction.* — L'intensité dans un point hors de l'ombre est égale à la somme des intensités : du rayon direct ( $i_d$ ) du rayon réfléchi et du rayon réfracté ( $i_r$ ) tombant en ce point. Pour tracer la courbe de répartition de l'intensité dans l'ombre il faut donc calculer les intensités de ces rayons tombant en ce même point ; à cette fin on calcule pour une série de valeurs  $\theta$  seulement les valeurs correspondantes de  $Q$ , de  $IS$  et de  $x'$ , puisque l'intensité du rayon réfléchi est négligeable comme nous venons de voir au § 16. On pose en général  $i_d = i_0$ , puisque on suppose que tous les rayons directs qui tombent à proximité de l'ombre ont des intensités égales, leur chemin (FX) étant peu différent à cause de la faible largeur de l'écran. L'intensité totale hors de l'ombre est donc :  $i_x = i_0(1 + Qe^{-\mu IS})$ .

En procédant ainsi on a obtenu la courbe de la répartition de l'intensité avec les modifications dues à la réfraction (courbe  $c$ , fig. 11) correspondant aux conditions précisées à la suite de la courbe  $a'$  (fig. 8) et à l'angle limite de réflexion totale  $\theta_m = 5'22''$ . Pour faire mieux apparaître les modifications produites par la réfraction on a agrandi cent fois les abscisses. La courbe ponctuée  $a'$  correspond à la courbe  $a'$  de la figure 8, lorsqu'on agrandi 100 fois ses abscisses. Sur la courbe  $c$  on voit que l'augmentation de l'intensité hors de l'ombre par la réflexion est énormément plus forte que par la réfraction : à la limite de l'ombre l'intensité du faisceau réfléchi fait 28 o/o de l'intensité du rayon direct, tandis que celle du rayon réfracté est inférieure à 0,00063 o/o (v. § 16). Cependant cette forte augmentation décroît vite : elle tombe à 1,9 o/o ( $Q = 0,019$ ) dans le point dont  $x = 37,68$  mm. et

à 0,2 o/o dans le point dont  $x = 37,91$  mm. mais, dans les conditions envisagées, déjà à une distance de 0,25 mm. de la

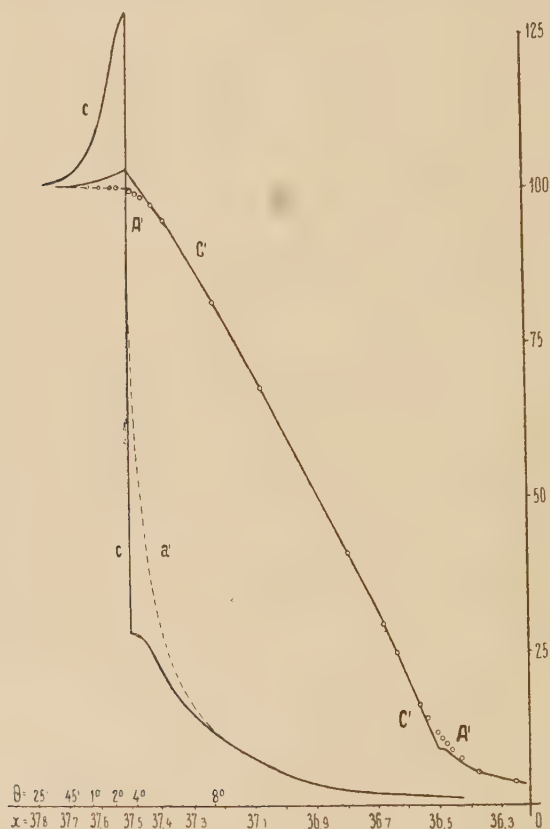


Fig. 11.

limite de l'ombre ( $x_t = 37,5$  mm.) l'augmentation de l'intensité est supérieure à 1 o/o.

En étudiant les courbes correspondant aux différentes valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $R$ ,  $\theta_m$  et  $\mu$  on constate que dans le cas des écrans plus transparents ( $\theta_m$  et  $\mu$  plus petits que dans le cas représenté par la courbe  $c$ ) l'intensité à la limite de l'ombre

est plus grande que dans la courbe  $c$ , ce qui est dû à la plus faible absorption, mais l'intensité hors de l'ombre décroît beaucoup plus vite parce que l'angle  $\theta_m$  est plus petit. Le coude dans l'ombre se transforme en un pic très étroit. Par contre, avec les écrans plus absorbants que le fer, le maximum de l'intensité à la limite de l'ombre est plus petit, mais l'intensité hors de l'ombre décroît plus lentement; le coude à la limite de l'ombre est aussi plus obtus. Il en est de même pour les radiations plus molles que dans le cas de la courbe  $c$ , et les écrans moins absorbants (en Al ou en verre par ex.).

d) *Sources larges*. — La courbe représentant la répartition de l'intensité, si la source est large et lorsqu'on veut tenir compte de l'influence de la réfraction, sera obtenue par le même procédé (§ 13) que les courbes A, B et C de la figure 6; on fera seulement l'intégration graphique d'une courbe correspondant à une source ponctuelle qu'on a tracé en tenant compte de la réfraction. En faisant l'intégration graphique de la courbe  $c$  (fig. 11) entre  $x + 1$  et  $x$  pour un nombre suffisant des points X on obtient les données nécessaires pour tracer la courbe  $C'$  (fig. 11) représentant la répartition dans le cas d'une source large de 0,1 mm. ( $f_u = -1$ ,  $f_a = -0,9$  en millimètres). La courbe  $A'$  indiquée par les cercles, représente la répartition dans les mêmes conditions (abscisses 100 fois agrandies) lorsqu'on néglige la réfraction. On comprend facilement que le maximum à la limite de la pleine lumière est de plus en plus faible dans la mesure où la source est plus large. Tandis qu'il fait 102 0/0  $I_0$  ( $I_0$  est l'intensité dans la pleine lumière de la source large lorsqu'on néglige la réfraction) pour une source large de 0,1 mm., il n'atteint que 100,14 0/0  $I_0$ , si la source est large de 2 mm. En général, si l'émission de la source large est égale à l'émission de la source ponctuelle ( $i_0 = I_0$ ), l'ordonnée dans un point X hors de l'ombre lorsque la source est large de  $p = f_a - f_u$  mm. est donnée par  $I_x = I_0 + A/(pb/a)$  où  $I_0$  est l'ordonnée de la pleine lumière en millimètres lorsqu'on

néglige la réfraction,  $A$  est l'aire en millimètres carrés de la surface du pic limitée par : les ordonnées en  $x$  et  $x + pb/a$ ; par la courbe, entre ces ordonnées, correspondant à la source ponctuelle lorsqu'on tient compte de la réfraction et par une droite parallèle à l'axe des abscisses ayant les ordonnées égales à  $i_0$ . Dans le cas de la courbe  $c$ , puisque l'intensité du rayon réfracté ( $i_r$ ), décroît assez vite ( $i_r$  inférieure à  $0,20/0 i_0$  déjà en un point  $X$  dont  $x = 37,91$  mm.) la valeur maximale de  $A$  (la surface entière du pic) est sensiblement égale à  $500 \text{ mm}^2$ , si  $I_0$  est représenté par une ordonnée longue de  $200 \text{ mm}$ .

e) *Influence de la structure de la source.* — Au § 15, nous avons décrit comment on obtient la courbe de répartition de l'intensité lorsque la source n'émet pas uniformément et quand on néglige toutes les autres influences dues à l'écran, sauf celle de l'absorption. Si l'on veut tenir compte de l'influence de la réfraction on procédera de la même manière, seulement on partira d'une courbe correspondante à une source ponctuelle qu'on a tracé en tenant compte de la réfraction. En procédant ainsi, dans les conditions où on a obtenu la courbe  $A_c$  (fig. 8), on obtient, en tenant compte de la réfraction, une courbe qui diffère de celle  $A_c$  en ce qu'elle a un pic aux endroits  $H_a, H'_a \dots$  (§ 15), où la courbe  $A_c$  n'a qu'un coude, et les incurvations plus fortes dans le voisinage des points  $H_e, H'_e \dots$ . La courbe  $F$  (fig. 8) nous donne un exemple de cette influence de la réfraction par l'intermédiaire de la structure de la source sur la répartition de l'intensité. Cette courbe  $F$  correspond aux mêmes conditions que celles dans lesquelles on a obtenu la courbe  $E$  (fin du § 15).

En étudiant les courbes traduisant l'influence de la réfraction et de la structure de la source on conclut que la réfraction par l'intermédiaire de la structure de la source produit, en général, le pic dans un point  $H_a$  et renforce l'incurva-

tion autour d'un point  $H''$ , ou même dans certains cas — écrans transparents : verre, par exemple — elle les transforme en coudes plus ou moins obtus. La hauteur de ces pics dépend de la largeur de la source additionnelle et de son intensité.

f) *Influence de l'hétérogénéité du rayonnement.* — Jusqu'à maintenant on a considéré une radiation monochromatique. Dans la mesure où la longueur d'onde est plus grande la base du pic à la limite de la pleine lumière est plus large à cause de  $\theta_m$  plus grand, mais sa hauteur est plus petite à cause de l'absorption plus grande de l'écran pour les radiations plus longues (§ 17 c). Les pics se comportent inversement si les longueurs d'ondes sont plus courtes. En général, les radiations plus pénétrantes augmentent la hauteur du pic, celles plus molles sa largeur. Dans le cas considéré des radiations de radiographie médicale (v. tableau au § 14) l'hétérogénéité produit un pic plus large mais un peu moins haut que celui dans la courbe c. L'incurvation dans l'ombre, si la source est ponctuelle, ou à sa limite, si elle est large, est aussi renforcée par l'hétérogénéité du rayonnement.

Dans le cas d'une source large, par exemple, celle correspondant au cas représenté par la courbe  $A_c$  (fig. 8), les pics que la réfraction produit (voir par ex.  $H''''$  courbe F, fig. 8) se transforment à cause de l'élargissement et de la hauteur plus petite en une forte incurvation.

§ 18. *Influence de la diffraction.* — Dans l'état actuel des études sur la diffraction on ne peut pas se rendre compte de son influence dans le cas des écrans que nous venons d'envisager, puisqu'on ne réussit pas à mener à bout l'intégration de l'équation différentielle de la variable lumineuse si l'on introduit les constantes optiques : coefficient d'absorption, indice de réfraction, etc. (Gouy, Poincaré Sommerfeld). Il nous faut donc, déjà pour cette raison renoncer à calculer

exactement la répartition de l'intensité derrière un écran radiographié.

Je vais cependant comparer l'intensité à la limite de la pleine lumière calculé en tenant compte seulement de la réfraction avec l'intensité calculée en considérant l'écran comme opaque et parfaitement réfléchissant par l'application de la théorie élémentaire de la diffraction. L'intensité en un point dans le cas d'une source large est obtenue par intégration graphique (v. § 13) de la courbe représentant la répartition de l'intensité si la source est ponctuelle. Pour cette intégration je me suis servi de la courbe correspondante à une source ponctuelle tracée par Wolfers (*Annales*, 7, 1927, p. 265). Cette courbe peut être appliquée aussi pour les rayons X puisque pour les valeurs des abscisses ( $x$ ), c'est-à-dire des distances de l'ombre, ainsi que pour les valeurs des ordonnées, on a choisi comme unité la valeur  $p = \sqrt{\lambda \cdot b(a + b)/2a}$  donc, si la valeur de  $p$  devient  $n$  fois plus petite, la courbe conserve la même forme lorsqu'on rend les abscisses et les ordonnées  $n$  fois plus grand. Pour les rayons X de  $\lambda = 0,4 \text{ \AA}$  si  $a = 100$  et  $b = 1000$  en millimètres, on a  $p = 1.484 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ . La largeur du premier maximum étant  $0,88 p$ , on a donc en millimètre  $1,33 \cdot 10^{-2}$ .

On obtient la différence ( $d$ ) de l'ordonnée du sommet du premier maximum et de l'ordonnée de la pleine lumière sans diffraction dans le cas des pénombres suffisamment larges (et c'est lorsque  $P > 10 p$ ) en divisant par  $P$  (v. (1) § 1) la somme algébrique des aires des pics formés par les maxima et minima; ces pics sont limités par la courbe, correspondant à la source ponctuelle, et une droite parallèle à l'axe des abscisses dont les ordonnées sont égales à  $1,00$  et ils se trouvent entre  $x_1 = x_i/p + 0,78 p$  et  $x_2 = x_i/p + P/p$ , où  $x_i$  est calculé en millimètres par application de (8b); le point  $x_1$  est du côté de l'ombre au pied du pic du premier maximum. La distance du sommet du premier maximum à

la limite de la pénombre est égale sensiblement à  $0,78p$  dès que la pénombre est plus large que  $3p$  (v. travail de Wolfers des *Annales*, p. 271, 3°).

La somme algébrique des pics mentionnés, si les pénombres sont très larges, donc  $P > 10p$ , tend vers une valeur égale à environ  $9.0,2.0,1p^2 = 0,18p^2$ . Pour notre source dont  $f_u - f_a = 2$ ,  $b = 1000$  et  $a = 100$  en millimètres,  $\lambda = 0,4\text{\AA}$  et  $p = 1,483.10^{-2}$  mm. (v. figures 8 et 11 de ce travail et § 17d) on a  $P = 20$  mm. ou  $1348p$  (v. (1) § 1) et la valeur de  $d$  est égale à  $0,18p/1348 = 0,00013p$ . L'ordonnée du premier maximum est donc égale à  $1,00013$  ou seulement supérieure de  $0,013$  o/o à l'ordonnée de la pleine lumière lorsqu'on néglige la diffraction. Pour une source dont  $f_u - f_a = 0,1$  mm. on a  $P/p = 67,4$  et  $d = 0,18p/67,4 = 0,00267p$ , donc, l'ordonnée du premier maximum est supérieure de  $0,267$  o/o à celle de la pleine lumière quand on néglige la diffraction. En comparant ces ordonnées avec celles à la limite de la pénombre obtenues en tenant compte seulement de la réfraction et de l'absorption, on voit que l'influence de la diffraction sur la répartition de l'intensité est considérablement plus faible que celle de la réfraction, même dans le cas des sources très étroites.

## B. — Ecrans prismatiques.

§ 19. Influence de l'absorption. — Dans le cas d'un écran prismatique (fig. 12) la longueur du chemin d'un rayon dans l'écran est donnée par

$$(25) \quad IS = IN \frac{\sin d}{\sin \theta_s}$$

où  $d$  est l'angle du prisme et  $\theta_s$  l'angle formé par la partie  $S'X'$  du rayon envisagé et la face du prisme du côté de l'axe  $XX'$  (face tournée vers le film). Ensuite on a :

$$(26) \quad IN = FN \frac{\sin \varphi}{\sin (180 - \theta)}$$

et :

$$(27) \quad FN = \sqrt{a^2 + (n - f)^2}$$

où  $\varphi$  est l'angle compris entre le rayon tangent le sommet N du prisme et le rayon incident sous un angle  $i$  dont le complément est  $\theta$ ;  $a$  est la différence de l'ordonnée du point F, où la source ponctuelle se trouve, et de l'ordonnée de N;  $f$  et  $n$  sont les valeurs des abscisses de ces deux points F et N.

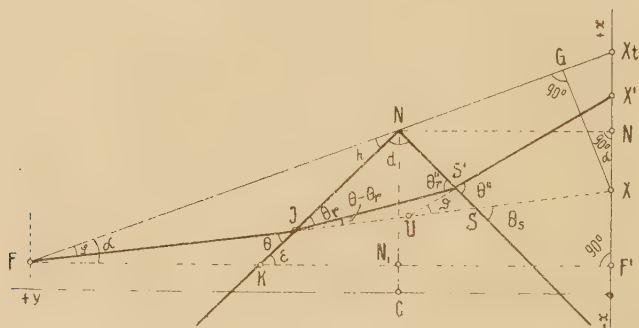


Fig. 12.

Par les substitutions on obtient au lieu de (25)

$$(28) \quad IS = \sqrt{a^2 + (n - f)^2} \cdot \frac{\sin d \cdot \sin \varphi}{\sin \theta \cdot \sin \theta_s}.$$

Traçons la droite  $FF'$  normale à l'axe des  $x$ ; des triangles  $FIN$ ,  $FNK$ ,  $NN_1K$  et  $INS$  on obtient :

$$(29) \quad \theta = \varphi + h = \varphi + \varepsilon - \alpha = 90^\circ - \frac{d}{2} - \alpha + \varphi$$

$$(30) \quad \theta_s = 180^\circ - d - \theta = 90^\circ - \frac{d}{2} + \alpha - \varphi$$

Les angles  $\alpha$ ,  $h$  et  $\varepsilon$  sont suffisamment définis par la figure. Ces équations ne sont valables que dans le cas où la droite  $NC$  est normale sur l'axe des  $y$  et, en même temps, elle est la bissectrice de l'angle  $d$ . Si ce n'est pas réalisé il

fant remplacer  $\frac{d}{2}$  par  $\frac{d}{2} - k$  où  $k$  est l'angle entre bissectrice de l'angle  $d$  et la normale de N sur l'axe des  $y$ .

En considérant (29) et (30) on a :

$$\sin \theta = \cos \left( \frac{d}{2} + \alpha - \varphi \right) \quad \text{et} \quad \sin \theta_s = \cos \left( \frac{d}{2} - \alpha + \varphi \right)$$

de ces deux équations il s'ensuit :

$$(31) \quad \sin \theta \sin \theta_s = \cos^2 \frac{d}{2} - \sin^2 (\alpha - \varphi).$$

Les triangles rectangles  $XGX_t$ ,  $NN'X_t$ ,  $XGF$  et  $XF'F$  donnent :

$$(32) \quad \sin \varphi = \frac{(x_t - x) \cos \alpha}{\sqrt{(a+b)^2 + (x-f)^2}}$$

où  $x_t$  est l'abscisse du point  $X_t$  où le rayon tangent au sommet N tombe sur l'axe des  $x$  et  $x$  l'abscisse du point X.

Des triangles rectangles  $NN'X_t$  et  $FN_1N$  il s'ensuit :

$$(33) \quad \frac{x_t - n}{b} = \frac{n - f}{a} \quad \text{ou} \quad x_t = n + b \frac{n - f}{a}$$

$$(34) \quad \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (n - f)^2}}.$$

Eu égard à (31)-(34) on transforme (28) en :

$$(35) \quad IS = \frac{b(n - f) - a(x - n)}{\sqrt{(a+b)^2 + (x-f)^2}} \cdot \frac{\sin d}{\cos^2 \frac{d}{2} - \sin^2 (\alpha - \varphi)}.$$

Pour exprimer le chemin d'un rayon dans le prisme en fonction des ordonnées, des abscisses et de l'angle du prisme il fallait encore exprimer  $\sin^2 (\alpha - \varphi)$  en fonction de ces mêmes variables. C'est possible par l'application des équations (32) et (33), mais dans les positions où j'avais placé les prismes dans mes expériences  $\sin^2 (\alpha - \varphi)$  était négligeable relativement à  $\cos^2 \frac{d}{2}$ . On peut donc écrire :

$$(36) \quad IS \simeq \frac{b(n - f) - a(x - n)}{a + b} \cdot 2 \operatorname{tg} \frac{d}{2}.$$

Pour l'application de la loi d'absorption nous avons donc l'élément nécessaire : la longueur du chemin dans l'écran absorbant, et nous pouvons donc calculer les courbes de la

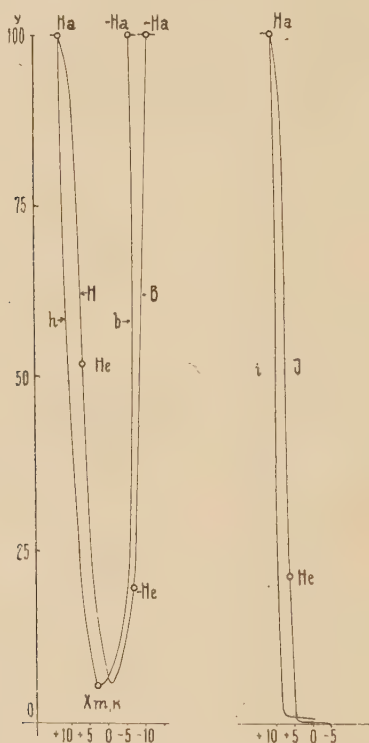


Fig. 13.

répartition de l'intensité derrière l'écran prismatique. La courbe  $h$  de la figure 13 représente la répartition de l'intensité dans le cas d'un écran prismatique dont  $d = 90^\circ$ , si la source est ponctuelle et  $a = b = 200$ ,  $f = 2,5$ ,  $n = 5$  toutes ces valeurs en millimètres, et si l'écran est en verre léger donc  $\mu = 3$  et  $\lambda = 0,4 \text{ \AA}$  puisque la tension était de 55 kv. max. environ. Cette courbe représente la répartition jusqu'à

un point dans l'ombre X dont  $x = -2,5$  mm. Le calcul de l'intensité pour une source large est à faire de la même manière que dans le cas de l'écran cylindrique (§ 13). Si  $f_a = 2,5$  et  $f_u = -2,5$  en millimètres, nous obtenons, les autres conditions restant les mêmes que dans le cas de la source ponctuelle, la courbe H ; elle représente aussi la répartition jusqu'à  $x = +2,5$  mm. Lorsque  $d = 150^\circ$ , tandis que les autres conditions restent les mêmes, on obtient, si la source est ponctuelle, la courbe *i*, si la source est large de 5 mm. la courbe I (fig. 13)

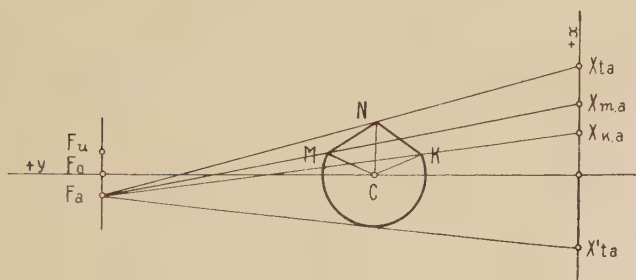


Fig. 14.

Dans le cas d'un écran cylindrique dans lequel est taillée une arête (fig. 14) on procède, si la source ponctuelle est en  $F_a$ , comme suit, lorsqu'on veut obtenir la courbe de répartition derrière cet écran : on calcule l'intensité aux points entre  $X_{ta}$  et  $X_{m,a}$  au moyen de (36) puisque les rayons venant en ces points passent par la partie de l'écran de forme prismatique. L'intensité aux points entre  $X_{k,a}$  et  $X'_{ta}$  est à calculer au moyen de (9), puisque les rayons venant en ces points passent par la partie de l'écran de forme cylindrique. Les rayons irradiant les points entre  $X_{m,a}$  et  $X_{k,a}$  ont des chemins dans l'écran plus courts qu'ils auraient si l'écran était cylindrique. Je n'insisterai pas sur le calcul exact de leur chemin puisque dans les cas étudiés ces deux points étaient si près

l'un de l'autre qu'on peut négliger pratiquement cette correction.

Si l'écran est en verre et  $\mu = 3$  la répartition est représentée par la courbe  $h, b$  (fig. 13), la courbe  $b$  correspond à la moitié droite de la courbe  $b$  (fig. 6). Lorsque la source est large de 5 mm. ( $f_a = 2,5$  et  $f_u = + 2,5$  mm.) on obtient la courbe de répartition H,B; entre  $X_l$  et  $X_{m,a}$  les intensités sont calculées en procédant comme dans le cas de l'écran prismatique et entre  $X_{m,a}$  et  $X'_l$  comme dans le cas de l'écran cylindrique. Les deux points  $X_{m,a}$  et  $X_{k,a}$  étant très près (0,4 mm. environ) ils sont confondus sur la courbe  $h, b$  et désignés par  $X_{m,k}$ .

§ 20. Influence de la réflexion et de la réfraction. — L'intensité réfléchie par une surface plane sous des angles plus grands que  $\theta_m$  est, comme on le sait d'après les recherches de Linik et Lachkareff, si faible qu'on peut la négliger.

Evidemment, l'intensité des rayons réfléchis sous des angles plus petits que  $\theta_m$  par une surface plane n'est pas négligeable puisque le faisceau ne s'élargit pas comme dans le cas d'un écran cylindrique. Mais, on ne réalise pas facilement  $\theta < \theta_m$  dans la radiographie courante, et je n'insisterai plus sur ce cas exceptionnel.

Nous avons vu en étudiant la répartition de l'intensité derrière un écran cylindrique (fig. 11) que la réfraction n'exerce une influence notable que sur un faisceau étroit dont les rayons sont incidents sous des angles de quelques degrés plus grands que  $\theta_m$  (fig. 11). Dans la radiographie courante des écrans prismatiques on ne réalise pas facilement ces conditions, et l'influence de la réfraction dans l'ombre est à négliger puisque les rayons réfractés ne sont pas considérablement affaiblis par l'élargissement du faisceau, l'angle  $h$  (fig. 12) et les angles  $\theta$  étant de plusieurs degrés au moins.

Il nous reste encore à déterminer l'influence de la réfraction dans la pleine lumière, consistant dans l'augmentation

de l'intensité (§ 17, c). Voici comment on peut préciser la largeur du faisceau dévié par la réfraction dans la pleine lumière et l'intensité de ses rayons : la déviation d'un rayon réfracté par l'écran prismatique est désignée par  $\mathfrak{D}$  (fig. 12). Des triangles IUS' et INS' on tire :

$$(39) \quad \begin{aligned} \mathfrak{D} &= \theta - \theta_r + \theta'' - \theta''_r = \theta - \theta_r + \theta'' - (180^\circ - d - \theta_r) \text{ ou} \\ \mathfrak{D} &= \theta + \theta'' - 180^\circ + d. \end{aligned}$$

La valeur de  $\theta''$  est donnée par :

$$(40) \quad \cos \theta'' = \cos \theta_m \cos (180^\circ - d - \theta_r)$$

ce qui découle de la loi de réfraction. On peut donc pour chaque valeur de  $\theta$  calculer la déviation  $\mathfrak{D}$  correspondante. L'abscisse du point X' où tombe le rayon réfracté est donnée par :

$$(41) \quad x' \simeq x + b \cdot \operatorname{tg} \mathfrak{D}$$

établie de la même manière que (13). La partie de la pleine lumière irradiée par les rayons réfractés est large, donc :

$$(42) \quad x' - x_t = b \cdot \operatorname{tg} \mathfrak{D}_h$$

où  $\mathfrak{D}_h$  est la déviation correspondante à un angle d'incidence  $i = h$  et l'angle  $h$  est à calculer au moyen du triangle rectangle FN<sub>1</sub>N d'où il s'ensuit — V. § 19, entre (30) et (31) —

$$(43) \quad h = 90^\circ - \alpha - \frac{d}{2}$$

$$(44) \quad \operatorname{tg} \alpha = n/a, \quad n \text{ et } a \text{ sont définis au début du § 19.}$$

Dans les conditions correspondantes à celles représentées par les courbes  $h$  et  $i$  (fig. 13, § 19) on a pour  $d = 90^\circ$  :  $h = 43^\circ 30'$  et  $\mathfrak{D}_h = 0,207''$ ; pour  $d = 150^\circ$  :  $h = 13^\circ 30'$  et  $\mathfrak{D}_h = 0,89''$ . Pour calculer  $\mathfrak{D}_h$  on a pris  $\theta_m = 3'30''$  ce qui correspond à une radiation de  $\lambda = 0,4 \text{ \AA}$  et l'écran en verre. Ensuite, par l'application de (42) on trouve la largeur de la pleine lumière irradiée par les rayons réfractés ; dans le cas

de  $d = 90^\circ$  on a  $x' - x = 0,0002$  mm. ; si  $d = 150^\circ$  on a  $x' - x = 0,0009$  mm. Les intensités d'un rayon réfracté ( $i_r$ ) dans l'ombre et d'un rayon qui tombe dans la pleine lumière sont à calculer par l'application de (22), où il faut poser seulement au lieu de  $2(\theta - \theta_r)$  et  $2(\theta' - \theta'_r)$  les valeurs de  $\vartheta$  correspondantes aux rayons incidents sous  $\theta$  et  $\theta'$ . Le chemin d'un rayon réfracté dans l'écran est sensiblement égal à celui donné par (36) puisque la déviation  $\theta - \theta_r$ , dans l'écran prismatique considéré est de l'ordre de la seconde. En procédant ainsi on calcule l'intensité d'un rayon défracté hors de l'ombre à plus de 90 o/o de celle d'un rayon direct. Mais pour la raison que le *faisceau des rayons réfractés* sortant de l'ombre *est si étroit* (il est plus de mille fois plus étroit que dans le cas des écrans cylindriques) *l'augmentation de l'intensité dans la pleine lumière par les rayons réfractés est inférieure à 0,1 o/o même pour les sources étroites de 0,01 mm. seulement.*

Par conséquent, dans le cas des écrans prismatiques dont  $h$  est de l'ordre de quelques degrés, l'augmentation de l'intensité dans la pleine lumière due à la réfraction, même lorsque la source est étroite de 0,01 mm. est considérablement plus faible que l'augmentation que la diffraction aurait produite si l'écran avait été complètement opaque (v. § 18).

---

## CHAPITRE III

### Etude de l'effet Mach.

§ 21. Description de l'effet. — Enroulons sur un cylindre une feuille rectangulaire MNOP (fig. 15) de papier blanc sur laquelle on a dessiné la figure ABCDEFGH (au lieu de dessiner on peut coller la figure découpée en papier noir).

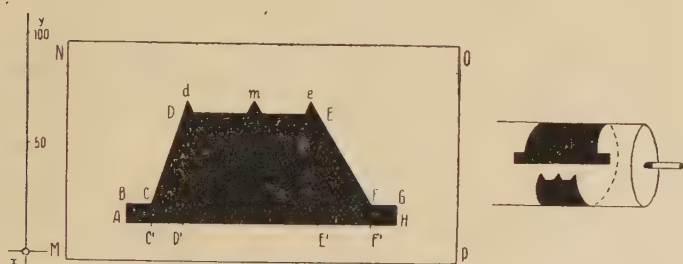


Fig. 15.

Les côtés AH, BC, FG et DE sont parallèles avec l'axe du cylindre. En ce moment les pics  $d$ ,  $m$  et  $e$  n'existent pas encore. Choisissons les valeurs caractéristiques comme suit : le périmètre du cylindre égal à la longueur du côté  $MN = 20$  cm., la hauteur de la figure noire ( $DD'$  ou  $EE'$ ) égale à  $9/10^e$  du côté MN. L'angle  $CDE = 92^\circ$  et celui  $DEF = 120^\circ$ . Lorsque on met le cylindre en rotation (quelques centaines de tours en minute) autour de son axe, au moyen d'un moteur quelconque, on observe deux anneaux noirs (ou plutôt deux franges noires) passant l'une par D et D' et l'autre

tre par E et E' et deux anneaux blancs passant l'un par C et C' et l'autre par F et F'. Les franges en CC' et DD' sont plus visibles et plus nettes. Si au lieu d'une feuille blanche, on prend une feuille noire MNOP, et si l'on colle une figure blanche ABCDEFGH on obtient en DD' et EE' des franges blanches et en CC' et FF' des franges noires.

On observe aussi les franges sur les photographies du cylindre en rotation. Elles sont tout à fait semblables à celles sur les radiographies (fig. II, *a* et *b*).

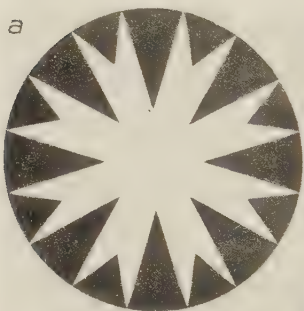
On peut faire varier la distance entre une frange blanche et une frange noire qui la suit en changeant les angles des coudes correspondants, par exemple BCD et CDE.

Sur les photographies on peut obtenir des distances différentes entre ces deux franges en variant la position de l'appareil. Ces franges produites par le cylindre tournant sont plus visibles si la distance entre deux franges noires et claires successives est plus petite, tandis que les autres conditions ne varient pas. Au moyen de figures convenables on produit des franges circulaires sur les disques tournant autour d'un axe passant par le centre.

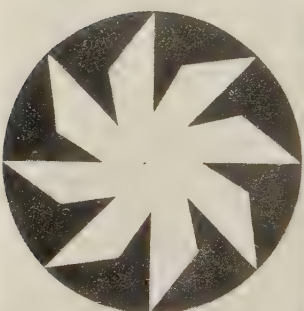
Comment expliquer l'apparition de ces franges? En supposant que l'intensité (I) réfléchie n'est proportionnelle qu'à la surface blanche la courbe de répartition de l'intensité réfléchie par la surface cylindrique aura, évidemment, la forme MA'ABCDEFGGH'P, sans les pics *d*, *m* et *e* (fig. 15 renversé). A' et H' sont les projections de A et H sur la droite MP. D'une telle courbe on ne peut pas prévoir l'apparition des franges observées. Par conséquent leur existence révèle l'existence d'un *phénomène nouveau*. Ce phénomène bien que peu, ou au moins insuffisamment connu comme les travaux de Næhring, Wolfers, Viaro, Andrus et Bistolfi le démontrent (v. Introduction), a été observé et étudié, il y a de cela 70 ans, par Mach et ensuite à nouveau il a été découvert par plusieurs autres auteurs. Nous l'appellerons dorénavant *l'effet Mach* et les franges dues à cet effet : *les franges de Mach*.



Fig.1



b



c

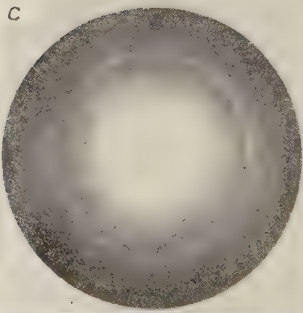


Fig.2 a

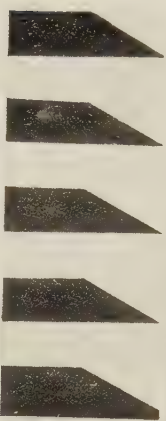


Fig.3

Fig.4

2b

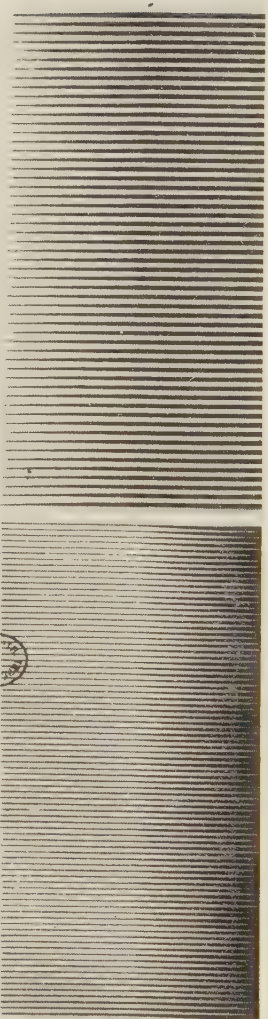
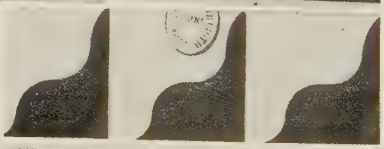


Fig.5



Fig.6



Avant de décrire quelques expériences que j'ai dû effectuer pour préciser le rôle de cet effet dans le phénomène des franges sur les radiographies, je vais donner un court aperçu des résultats, des expériences faites par Mach et Seeliger et des conclusions qu'on en a tirées.

§ 22. Expériences antérieures et leurs résultats. —

a) *Expériences de Mach.* — Mach s'est servi de dispositifs un peu différents de celui décrit au paragraphe précédent (21); au lieu d'une seule figure il en employait plusieurs, sans en indiquer la raison. Les expériences dont Mach conclut l'existence d'un nouveau phénomène sont les suivantes :

Sur un disque pouvant tourner autour d'un axe passant par son centre est dessiné une figure analogue à celle de la figure 1a (planche II) ou à celle sur la figure 1b. En état de rotation on observe deux anneaux blancs en  $\beta$  et  $\gamma$ . La figure 1c, qui est une gravure d'après la photographie, le montre. Sur un cylindre pouvant tourner autour de son axe on a dessiné plusieurs trapèzes (fig. 2a) ayant leurs bases parallèles avec l'axe. En état de rotation une frange noire apparaît (fig. 2b). Toutes ces figures peuvent être noires sur fond blanc ou inversement; les franges (anneaux) sont noires ou blanches suivant la couleur de la figure.

En regardant de loin les figures 3 et 4 (pl. III) ou à travers une lentille cylindrique parallèle aux traits sur ces figures, on voit une frange blanche (fig. 4) ou une frange noire (fig. 3). Ainsi on produit les franges de Mach avec une surface en repos.

Les anneaux et les franges sur les disques et les cylindres tournants peuvent être photographiés c'est la seconde manière de produire les franges de Mach sur une surface en repos.

Il est évident que ce phénomène subjectif est aussi bien provoqué pendant l'observation d'une photographie, si elle présente une plage dégradée, que pendant l'observation d'un cylindre tournant produisant une plage dégradée due à la

figure dessinée sur sa surface. *La frange de Mach ne peut donc pas être éliminée par la photographie du cylindre tournant* et elle persiste aussi bien sur les copies que sur le négatif original, car la cause du phénomène, la plage dégradée se reproduit dans les copies.

Enfin, Mach mentionne qu'on observe ces franges aussi sur les écrans où l'on a projeté les pénombres : du côté de la pleine lumière la pénombre est limitée par une frange lumineuse et du côté de l'ombre par une frange noire.

Si l'on remplace les trapèzes par des figures comme le montrent les figures 5 et 6 (pl. II) ou analogues, on observe pendant la rotation du cylindre des bandes moins intenses et plus larges que les franges avec les figures en forme de trapèze.

Les résultats principaux de ses expériences sont :

Les raies et les anneaux se comportent comme s'ils étaient objectifs, c'est-à-dire produits par un pic sur le dessin. On voit les anneaux et les franges indépendamment de l'intensité de l'éclairement comme c'est le cas du contraste objectif. La diminution de la hauteur des trapèzes relativement au périmètre du cylindre (ou disque) diminue la visibilité des franges (anneaux). La visibilité des bandes produites par les courbures est inversement proportionnelle au rayon de courbure et leur largeur directement; une vérification suffisamment rigoureuse de cette conclusion n'a pas été possible à cause de la faible intensité de ces bandes.

De ses expériences et de leurs résultats, Mach tira cette *loi qualitative du phénomène* : « *Partout où la courbe d'intensité lumineuse d'une surface éclairée a un coude concave ou convexe vers l'axe des abscisses cet endroit paraît plus clair ou plus obscur que ses alentours* » et conclut que la cause des franges est un phénomène rétinien provoqué par l'existence de la plage dégradée sur une surface éclairée.

b) *Expériences de Seeliger*. — En relation avec les expériences de Mach il faut mentionner celles de Seeliger faites

une trentaine d'années plus tard. En cherchant à expliquer l'augmentation apparente de l'ombre de la terre lors des éclipses de lune, H. Seeliger observa aussi et étudia, sans connaître les travaux de Mach, les franges de Mach. Dans ses expériences avec les disques tournants *il réussit à obtenir avec les fortes courbures des franges presque aussi nettes que les franges les plus nettes produites par les coudes.*

Remarquons enfin, qu'on peut trouver plus de détail sur les théories des causes de l'effet Mach et sur son influence sur la précision des mesures dans l'article de A. Köhl et dans le *Handbuch der Experimentalphysik*.

§ 23. Remarques sur les expériences et les conclusions de Mach. — De ces expériences Mach pensait qu'on peut tirer sa loi sans critique grave. Cependant on peut faire quelques remarques. Les imperfections de dessin, surtout les déviations légères du parallélisme des bases de plusieurs trapèzes dessinés sur la surface cylindrique, peuvent produire un faible pic de base très large et d'angle très obtus, à l'endroit où on ne suppose qu'un coude.

L'objection beaucoup plus importante est à faire dans le cas de la frange lumineuse à la limite de la pénombre du côté de la pleine lumière. Il paraît qu'on a complètement négligé l'influence de la diffraction qui produit un pic : Mach ne mentionne pas qu'il s'est rendu compte de cette influence. Et cette influence cependant peut être considérable dans certains cas où la pénombre est assez étroite (plusieurs millimètres) ce qui résulte d'un calcul analogue à celui du § 18.

Ainsi, il était possible que les effets objectifs agissant dans le même sens que l'effet Mach puissent avoir un certain rôle dans le phénomène des franges.

§ 24. Un problème concernant l'effet Mach suggéré par l'étude de la réfraction des rayons X. — En considération de la loi de Mach on conclut facilement que la répartition de

l'intensité ayant irradié une radiographie comme nous venons de le préciser au chapitre III peut produire les franges de Mach, mais au chapitre III (§ 17 et fig. 11) nous avons vu aussi que la réfraction peut produire des pics dans la courbe de répartition à la limite de la pénombre. Nous venons aussi de voir qu'il est possible que des pics semblables aient existé dans les expériences de Mach. Le premier problème qui se pose est donc de préciser *le rôle dans le phénomène des franges de Mach, d'un pic (frange objective) coexistant avec un coude (franges subjectives)*. Mais avant d'aborder l'étude de l'influence des pics sur l'aspect d'une frange de Mach, il nous faut préciser l'intensité d'une frange de Mach non influencée par le pic et les facteurs dont dépend son aspect. Pour éviter l'influence de l'imperfection des dessins j'ai choisi les cylindres tournants avec une seule figure (fig. 15).

L'étude de l'influence d'un pic se réduit à une étude comparative des franges produites par les coudes et de celles influencées par les pics, c'est-à-dire influencées par les effets objectifs agissant dans le sens de produire une frange objective. Pour produire des pics dont l'effet objectif puisse être exactement connu, j'ai procédé comme l'indique la figure 15 : on compare directement l'effet d'un pic (*d* ou *c*) influençant la frange produite par le coude avec l'effet du pic seul (pic *m*).

§ 25. Évaluation de l'intensité d'une frange de Mach. — On fera cette évaluation par la comparaison visuelle d'une série de franges objectives produites par les pics sous forme soit de triangles, soit de rectangles ou de demi-cercles, placés sur la base du trapèze à proximité du coude produisant la frange de Mach (par exemple triangle *m* fig. 15). Les expériences montrent que la frange objective due à un triangle de base égale ou peu différente de la largeur d'une frange de Mach, correspond le mieux par son aspect à une frange de

Mach. Pour cette raison on a comparé la visibilité (intensité) de la frange subjective avec la visibilité des franges objectives produites par les triangles de hauteurs différentes. Ces comparaisons sont similaires à celles des intensités des sources lumineuses avec un photomètre de Rumford en ce qu'on cherche à obtenir des plages également éclairées.

Par cette méthode on trouve que la frange noire (blanche) de Mach la plus intense que j'aie pu produire (les angles BCD et CDE étaient égales à  $91^\circ$  et  $DD' = 92$  o/o de MN) avait une visibilité sensiblement égale à celle d'une frange objective produite par un pic dont la hauteur fait environ 5 o/o du périmètre du cylindre, ou 60 o/o environ de la partie blanche (noire) du périmètre où se trouve le coude.

#### § 26. Facteurs dont dépend l'aspect d'une frange de Mach.

— Mach avait déjà constaté l'influence de l'angle de coude sur la visibilité d'une frange de Mach, mais il ne précisa pas cette influence. Les nombreuses expériences que j'ai faites sur les facteurs dont dépend l'aspect (largeur et visibilité) des franges produites par les coudes m'ont conduit aux conclusions suivantes :

a) *Si nous considérons la figure sur le cylindre tournant*, la largeur d'une frange de Mach dépend en premier lieu de l'angle  $k$  du coude produisant la frange et de cette manière : dans la mesure où l'angle du coude est plus petit (plus près de  $90^\circ$ ) la largeur de la frange diminue. La visibilité de la frange ainsi que la netteté de ces bords dépend aussi de l'angle  $k$  du coude. Si cet angle est plus près de  $90^\circ$  la visibilité et la netteté sont plus grandes.

Cependant, il existe encore d'autres facteurs dont dépendent la visibilité et la netteté. Ce sont : 1° la longueur ( $l$ ) de la pente entre le coude, produisant la frange et celui le suivant. Dans le cas d'une frange produite par C ou D (fig. 15)  $l$  est égal à CD ; 2° la relation entre la longueur ( $o$ ) du périmètre du cylindre et la longueur ( $b$ ) de sa partie blan-

che si l'on considère la frange noire. Dans le cas de la figure 15, on a  $o = MN$ , et, dans le cas de la frange noire en  $DD'$ ,  $b = MN - DD'$ . Si la frange est blanche (celle en  $CC'$  par exemple)  $b$  représente la partie noire du périmètre ; donc  $b = CC'$  dans le cas de frange en  $CC'$ . La visibilité et la netteté des franges dépendent de ces variables comme suit :

Si  $o$ ,  $b$  et  $k$  restent constants la visibilité et la netteté des franges est sensiblement proportionnelle à  $l$ . Donc elles diminuent pour la frange  $DD'$  si  $CD$  diminue à cause de l'augmentation de  $AB$  (fig. 15). La visibilité augmente si  $b$  diminue tandis que  $o$ ,  $l$  et  $k$  restent constants, ce qu'on réalise, s'il s'agit de la frange en  $DD'$ , par l'augmentation de  $AB$ . Il y a presque proportionnalité inverse entre la visibilité et le quotient  $b/o$  si  $b$  varie seul.

b) Si l'on considère les intensités réfléchies ( $I_D$  et  $I_C$ ) aux bords de la plage dégradée (par exemple celles en  $C$  et  $D$ , fig. 15), l'intensité réfléchie ( $I$ ) par la surface du cylindre entièrement blanche et la largeur ( $p$ ) de la plage dégradée on trouve que la netteté et la visibilité des franges sont plus grandes si le quotient  $q = (I_C - I_D)/pI$  augmente. Il y a presque proportionnalité. La relation est inverse entre  $q$  et la largeur de la frange.

c) Si nous considérons une photographie du cylindre tournant,  $I_C$  et  $I_D$  représentent les noircissements aux bords de la plage dégradée, et  $I$  le noircissement de la partie de la photographie irradiée par les rayons réfléchis sur la surface entièrement blanche.

d) Cependant, dès que la plage dégradée devient très étroite (environ 2-3 mm.) l'intensité de deux franges n'augmente plus, même il semble qu'elle commence à décroître légèrement, bien que la largeur de la plage continue à diminuer, ainsi que la largeur de la frange. La visibilité a donc, un maximum pour  $p = 2$  mm. environ. Cependant les franges sont encore bien visibles même si  $p = 0$  mm. 2. Pour  $k = 90^\circ$  donc  $p = 0$ , la largeur de la frange doit être égale à

zéro, puisque la largeur de la frange décroît continuellement et change le signe (devient claire si elle était noire) lorsque  $k$  devient inférieur à  $90^\circ$ . En réalité, on observe toujours une frange très fine, même lorsque  $k = 90^\circ$ . C'est peut-être dû à ce qu'il est très difficile à réaliser  $k$  exactement égal à  $90^\circ$ .

e) *Lorsqu'on a une incurvation au lieu d'un coude (en D par ex. fig. 15) la visibilité est presque proportionnelle au rayon ( $r$ ) de courbure comme elle l'était à l'angle ( $k$ ) du coude.*

f) Jusqu'à maintenant, nous avons toujours étudié les franges produites par une figure analogue à celle de la figure 15. On peut aussi produire les franges par des figures présentant plusieurs coudes successifs dont  $k > 90^\circ$ ; nous réaliserons ce cas si l'angle ABC (fig. 15) est supérieur à  $90^\circ$ . Dans ces cas-là j'ai retrouvé des résultats analogues à ceux que j'ai obtenus avec les figures semblables à celles représentées figure 15.

g) *Dans le cas où deux plages dégradées ne sont pas séparées par une plage de luminosité constante* et c'est le cas si la figure est délimitée par une courbe comme celle des figures 7 et 8, j'ai constaté que la visibilité et la largeur de la frange produite par un coude ou une incurvation dépendent de la visibilité de la frange qui la suit et ceci de la façon suivante : si une frange noire (claire) est suivie par une autre noire (claire) de visibilité plus ou moins grande que celle de la première, elles se confondent si l'une est suffisamment près de l'autre. Si l'une d'elles est de visibilité extrêmement faible, elle diminue la netteté de celle de visibilité plus forte. Si le coude ou l'incurvation concave (convexe) vers l'axe des abscisses est suivi par un coude ou une incurvation convexe (concave) vers cet axe et si cette dernière incurvation ou coude sont si faibles qu'ils ne produisent pas de frange visible, ils n'influencent pas l'aspect de la frange et les deux plages successives séparées par cette incurvation faible se comportent comme une seule.

La figure délimitée par la courbe  $A_c$  corrigée comme il est indiqué par la courbe F (§ 17 d) nous montre un tel exemple. Le coude de  $H'_e$  étant trop obtus ne produit pas une frange claire et la frange en  $H_a$  ne diffère pas notablement de celle qu'on observe s'il existe entre  $H_a$  et  $H''_a$  une seule pente d'inclinaison constante. Il en est de même dans le cas du coude en  $-H''_e$  et de l'incurvation entre  $-H'''_e$  et  $-H''_a$ . Il faut remarquer que l'incurvation de rayon de courbure pareille entre  $H''_e$  et  $H'''_a$  produit une frange très floue blanche (noire) si la languette délimitée par la courbe est blanche (noire); la cause en est la relation entre  $b$  et  $o$  (v. § 26. a, 2°), dans le cas de l'incurvation entre  $-H'''_e$  et  $-H''_a$  on a  $b/o = 0,78$ , tandis que pour celle entre  $H''_e$  et  $H'''_a$  on a  $b/o = 0,22$ . On explique de même pourquoi il n'apparaît pas une frange en  $-H'''_a$  tandis qu'elle apparaît en  $-H'_a$ , bien que la réfraction transforme ces coudes en incurvations pareilles dans le cas de  $-H'''_a$  (1) on a  $b/o = 0,97$  et dans le cas de  $-H'_a$  on a  $b/o = 0,20$ .

*La position et la largeur des franges* peuvent être précisées au moyen d'une réglette fixée tout près devant le cylindre tournant. Les franges produites par les coudes se trouvent en partie dans la plage dégradée, en partie dans la plage de luminosité constante. Les franges bordant les plages très étroites (jusqu'à 2 mm. environ) occupent presque la moitié de la plage dégradée. La largeur des franges augmente, si la largeur de la plage ou l'angle du coude augmentent, mais la largeur de la frange est toujours plus petite *relativement* à la largeur de la plage. Pour une plage large

(1)  $-H'''_a$  désigne le point qui suit  $-H'''_e$ ; le signe  $-H'''_a$  manque sur la fig. 8, ainsi que le signe  $H_e$ , qui doit être placé du côté opposé au point  $-H_e$  désignant la limite de l'ombre du côté droit.

de 2-3 cm. la frange ne dépasse pas 2 mm. Les franges produites par les incurvations se trouvent dans les plages dégradées juste à sa limite; si l'incurvation est très forte elles paraissent sortir légèrement hors de la plage dégradée.

§ 27. Coïncidence d'une frange objective avec une frange de Mach. — Au lieu de placer le pic entre deux coudes comme il est décrit au § 25 nous pouvons le placer sur le coude même (par ex. les triangles *d* et *e*, fig. 15). Il est évident que la frange objective due au pic coïncidera avec la frange subjective. Les expériences montrent que, contrairement à ce que Walter avait supposé (Introd. *f*), une frange objective extrêmement faible, par exemple celle produite par un pic noir de hauteur (*h*) égale à 2 o/o de la partie blanche du périmètre du cylindre, n'influence pas sensiblement une frange de Mach. Une frange objective produite par les pics de hauteur environ 5 o/o de partie blanche du périmètre du cylindre commence à influencer appréciablement la visibilité d'une frange subjective très faible dont l'intensité diffère peu de celle de la frange objective que ce pic produit lorsqu'on le place comme le pic *m* (fig. 15) entre deux coudes. Sur une frange de Mach considérablement plus intense une frange objective si faible n'exerce pas d'influence notable. Lorsque la frange objective est encore plus forte, par exemple produite par un pic noir dont la hauteur est égale à 10-15 o/o de la partie blanche du périmètre, elle augmente appréciablement aussi la visibilité d'une frange de Mach d'intensité égale à une frange objective produite par ce pic placé en *m* (fig. 15).

Remarquons aussi que ces franges objectives assez fortes n'influencent pas sensiblement la visibilité des franges de Mach les plus intenses. Par conséquent, *il existe seulement l'additivité entre une frange objective et une frange de Mach et non un renforcement considérable de la visibilité de la frange subjective par une frange objective très fai-*

*ble*. Evidemment on peut tirer de ces expériences la conclusion inverse : la visibilité d'une frange objective n'est pas renforcée par une frange subjective faible coïncidant avec la première.

§ 28. **Expérience de Wind.** — Nous avons vu (Introd. *b*) en quoi consiste cette expérience. Ici, je vais démontrer que cette intéressante expérience ne peut être considérée comme décisive lorsqu'on veut savoir si une frange est objective ou subjective. Si nous faisons cette expérience sur la photographie d'un cylindre tournant avec une figure présentant de petits pic comme ceux sur la figure 15, on constate que la frange produite par un pic *disparait* aussi bien que celle produite par un coude si la base du pic est suffisamment large relativement à sa hauteur ; dans le cas de la figure 15 la hauteur est de 2 mm. c'est-à-dire 10 o/o de la partie blanche du périmètre, la base a 1 mm. et on réussit à faire disparaître par l'expérience de Wind cette frange objective.

---

## CHAPITRE IV

### Interprétation des franges sur les radiographies.

§ 29. Méthode de l'interprétation. — En connaissant les facteurs dont il faut tenir compte dans le phénomène des franges et comment on peut préciser leur effet, nous pouvons aborder l'interprétation des causes de l'apparition des franges et de leur aspect sur les radiographies. La méthode de cette interprétation *consiste* à établir les courbes de répartition de l'intensité ayant irradié le cliché et par application des lois régissant l'effet Mach énoncées au § 26, à se rendre compte de l'influence mutuelle des franges de Mach et des franges objectives qu'une telle répartition peut produire. Ensuite à vérifier les résultats de cette application par la comparaison d'une radiographie avec l'aspect du cylindre tournant sur lequel une figure délimitée par la courbe correspondante à cette radiographie est dessinée. Cette comparaison doit aussi mettre en évidence si les facteurs dont on a tenu compte en traçant la courbe déterminant l'aspect du cliché radiographique. Enfin, les comparaisons de la radiographie avec l'aspect des cylindres tournants, sur lesquels sont dessinées les figures délimitées par les courbes obtenues en tenant compte seulement de certains facteurs, *découvrent* l'influence des différents facteurs sur l'aspect des franges.

Pour obtenir la figure nécessaire sur le cylindre tournant on colle sur le cylindre noir une languette blanche délimitée par la courbe correspondante au cliché ; les plans passant par les ordonnées de la courbe doivent être normaux à l'axe du cylindre, lequel est aussi l'axe de rotation. Pour obtenir

les surfaces noires et blanches on emploie des papiers mats, puisque leurs surfaces bien diffusantes représentent mieux sur le cylindre en état de rotation l'aspect d'un cliché dans la lumière transmise. La longueur de la languette doit avoir une certaine relation avec le périmètre du cylindre si l'on veut obtenir la répartition de l'intensité réfléchie par le cylindre tournant identique à celle de la lumière transmise par le film radiographique. Pour cette raison le périmètre du cylindre est égal à la longueur de l'ordonnée du maximum de noircissement. Bien que le papier noir ne réfléchit pas une intensité égale à celle transmise par la radiographie, la répartition des intensités réfléchie et transmise est cependant sensiblement la même, puisque l'intensité varie suivant la même courbe dans les deux cas. Entre le cliché et le cylindre n'existe qu'une différence analogue à celle entre deux clichés différemment exposés dans le domaine des expositions normales.

La même différence existe aussi entre la photographie du cylindre tournant et une radiographie ; la répartition de l'intensité est la même, seulement le noircissement de radiographie est pour  $t_r \gamma_r / t_p \gamma_p$  fois plus grand que celui de la photographie, si  $t_r$  et  $t_p$  sont les temps de pose pour la radiographie et pour la photographie et  $\gamma_r$  et  $\gamma_p$  les facteurs de contraste du film radiographique et de la plaque photographique.

On peut faire une objection à cette méthode où on suppose que la répartition de l'intensité de la lumière transmise par le film est égale à celle de l'intensité du rayonnement hétérogène ayant irradié ce film : ces répartitions sont-elles les mêmes en réalité ? Les recherches de Glocker et Traub ont montré que le noircissement des plaques radiographiques est indépendant de la longueur d'onde des rayons X et dépend seulement du temps de pose ; donc, le facteur de contraste  $\gamma_r$  est constant dans le domaine des rayons X de radiographie courante, bien que la longueur d'onde varie aussi fortement que dans le domaine de la lumière visible et

ultra-violet, où on a constaté une forte variation de  $\gamma_p$  (Buisson et Fabry).

Nous allons commencer l'interprétation des franges par l'étude de l'influence, sur leur aspect, des différents facteurs que nous avons étudiés aux chapitres III et IV. De cette manière, nous saurons à la fin de cette étude si les facteurs que nous avons envisagés suffisent à expliquer la nature et l'aspect des franges ou si l'aspect des franges découvre l'existence de nouveaux phénomènes comme l'ont supposé Wolfer et Andrus.

### Franges bordant la pénombre.

§ 30. Interprétation de l'influence de l'absorption sur l'effet Mach aux bords de la pénombre radiographique. —

a) *Ecrans cylindriques*. — La pénombre radiographique lorsqu'on néglige la diffraction et la réfraction présente une plage dégradée et elle doit être délimitée par une frange noire de Mach du côté de la pleine lumière et une autre claire du côté de l'ombre (§ 22 a). Cependant l'aspect des franges sur les radiographies n'est pas tout à fait en accord avec celui qu'on peut ainsi prévoir. Les largeurs des franges aux bords des deux pénombres ne sont pas égales à celles qu'on eût prévu si les courbes comme celles sur la figure 6 § 13 avaient représenté la répartition. *L'effet Mach et l'absorption seuls ne suffisent donc pas à expliquer l'aspect des franges même lorsqu'on tient compte de la largeur de la pénombre*. Pourtant, l'aspect des franges en dépend (v. § 4a et § 10) la visibilité des franges varie si l'absorption varie ainsi qu'on peut le prévoir d'après les lois énoncées au § 26b et c puisque à l'augmentation de l'absorption correspond l'augmentation de la différence  $I_c - I_d$  dans le quotient  $q$  ce qui augmente la visibilité des franges ; inversement leur visibilité décroît considérablement si l'absorption (différence  $I_c - I_d$ ) décroît considérablement). Remarquons

que dans ce cas (pénombre sur une radiographie)  $I$  dans le quotient  $q$  représente le noircissement de la pleine lumière.

Comme on peut s'y attendre l'aspect du cylindre tournant sur lequel se trouve une languette délimitée par une courbe obtenue en tenant compte de l'absorption et de la largeur de la source seulement, n'est pas pareil à celui de la radiographie : les franges sur le cylindre tournant ont des largeurs égales, tandis que celles sur la radiographie ont des largeurs différentes.

b) *Ecrans prismatiques.* — Dans le cas de ces écrans aussi l'aspect des franges ne peut être complètement expliqué en tenant compte de l'absorption et de la largeur de la source. Cependant on peut déjà en considération de ces deux facteurs et des lois de l'effet Mach facilement expliquer pourquoi la pénombre d'un écran prismatique dont  $d = 90^\circ$  n'est pas délimité du côté de l'ombre par une frange claire. L'incurvation à la limite de l'ombre ( $H_e$ ) est si grande que la frange de Mach n'apparaît pas (v. courbe  $h$ , fig. 13).

L'apparition de la frange bordant la plage dégradée dans l'ombre de l'écran de forme indiquée par la figure 14 (v. aussi § 4a) est facile à expliquer, eu égard à l'effet Mach, comme la conséquence des coudes en  $H_a$  et  $X_{m,k}$  (fig. 13, courbe  $h$ ,  $b$ ). On interprète l'apparition d'une frange claire dans l'ombre d'un écran, auquel correspond une courbe de répartition analogue à celle  $i$  ou  $I$  (fig. 13) comme une conséquence du coude dans l'ombre.

§ 31. Interprétation de l'influence de la structure de la source et de la réfraction. — a) *Ecrans cylindriques.* — Au § 3 (ch. I) nous avons vu que l'aspect des franges bordant la pénombre radiographique dépend de la structure de la source. Il nous faut maintenant voir si l'aspect des franges correspond à la structure de la source qu'on décèle par la méthode de la chambre noire à trou, comme j'ai conclu § 3, de ce travail en faisant une étude comparative de l'aspect

des franges et des images du foyer. Si c'est le cas, le cylindre tournant sur lequel on a collé une languette délimitée par la courbe de répartition qu'on a tracée en tenant compte aussi de la structure de la source doit avoir, en état de rotation, le même aspect que la radiographie correspondante à cette courbe.

En réalité, la languette délimitée par la courbe  $A_c$  figure 8 peut produire aux bords des plages dégradées des franges assez semblables à celles sur la radiographie correspondante, cependant, les franges accompagnant les franges claires (franges additionnelles § 2*b*) ne sont pas observables sur le cylindre tournant. Ce fait indique qu'il existe encore quelque facteur en dehors de celui dû à la structure de la source, influençant l'aspect des franges. Il reste donc à envisager l'influence de réfraction qui exerce une influence encore notable sur la répartition de l'intensité comme nous l'avons vu au § 17 *c-f*. La courbe que l'on obtient en tenant compte de la réfraction diffère de celle  $A_c$  en ce qu'elle a des pics ou plutôt de fortes incurvations où la courbe  $A_c$  n'a que des coudes (§ 17*d*) ou les incurvations moins fortes (rayons de courbure plus grand). Avec une languette délimitée par une courbe corrigée en tenant compte de l'influence de réfraction — comme c'est décrit au § 17 *e* et *f* — sur le cylindre tournant on obtient, lorsque le cylindre tourne, des franges tout à fait semblables à celle sur la radiographie correspondante.

En considération des lois régissant l'effet Mach (§ 26) on peut expliquer pourquoi la structure de source et la réfraction exercent une telle influence sur l'aspect des franges aux bords de la pénombre. Nous l'avons déjà fait au § 26 *g*.

Remarquons que la languette peut être délimitée par une courbe dont les ordonnées et les abscisses sont rendues 10 fois ou plus, plus grandes, afin de traduire plus exactement la répartition de l'intensité. Evidemment, dans ce cas, le périmètre du cylindre doit être augmenté dans la même proportion. Lorsqu'on photographie le cylindre tournant on peut

facilement, en variant la position de l'appareil, rendre les plages dégradées aussi larges que les pénombres radiographiques auxquelles ces plages correspondent.

La conclusion qui s'impose est donc que *les facteurs qu'on a envisagés suffisent à expliquer la nature et l'aspect des franges*. Cependant, cela n'exclut pas la possibilité de l'existence des phénomènes supposés par Wolfers, seulement leur intensité est peut-être si faible — comme celle due à la réflexion et à la diffraction — qu'ils n'influencent notablement ni la courbe de répartition, ni l'aspect des franges.

Si nous comparons attentivement les courbes de répartition (par exemple :  $A_c$  et  $F$ , fig. 8, voir aussi § 17e) et l'aspect du cliché correspondant nous voyons que même les variations assez notables dans la courbe de répartition ne se manifestent pas ni sur le cliché, ni sur le cylindre tournant. Par exemple l'incurvation entre  $-H_e'''$  et  $-H_a''$  n'est pas visible tandis que celle entre  $H_e''$  et  $H_a'''$  se manifeste sous forme d'une frange claire très floue et peu visible ; les incurvations  $-H_e'$  et  $H_e'$  et le coude  $H_a''$  ne se manifestent pas directement, tandis que celui en  $-H_a'$  se manifeste comme une frange étroite et assez bien visible (voir § 2 b). L'incurvation entre  $H_e''$  et  $H_a'''$  se manifeste aussi indirectement par l'augmentation de la largeur de la frange en  $H_e'''$  ainsi que par la diminution de sa netteté. Le coude en  $H_a''$  se manifeste seulement indirectement par l'augmentation de la largeur de la frange en  $H_a(H_a')$  et par la diminution de sa netteté. *Il est donc possible qu'il existe encore des facteurs influençant d'une manière notoire la courbe de répartition sans qu'ils influencent l'aspect du cliché ; leur existence ne peut donc être mise en évidence que par la comparaison des courbes microphotométriques du cliché avec les courbes calculées.*

b) *Ecrans prismatiques.* — A la fin du § 4a on a men-

tionné que la structure de la source influence l'aspect de deux franges bordant la pénombre des écrans prismatiques de la même manière que l'aspect de celles bordant la pénombre des écrans cylindriques, sauf en ce que les franges additionnelles n'apparaissent pas. Un cylindre tournant avec une languette délimitée par une courbe relative à un écran prismatique qu'on a tracée en tenant compte de la structure de source a un aspect tout à fait semblable à l'aspect de la radiographie correspondante. Cette expérience conduit donc à conclure qu'il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'influence de la réfraction dans ce cas. On pouvait s'attendre à ce qu'il en soit ainsi étant donné les calculs du § 20 sur la répartition de l'intensité et les lois régissant l'effet Mach.

*Remarque.* — Cependant, je ne considère pas cette différence dans l'aspect des franges bordant les pénombres des écrans cylindriques et des écrans prismatiques comme une preuve décisive que cette différence est due à ce que l'intensité réfractée est plus forte dans le cas d'un écran cylindrique (comme les calculs dans les paragraphes 17 et 20 le montrent). Il est possible que cette différence provienne aussi de la variation différente de l'absorption dans les deux sortes d'écrans ; en tout cas les variations différentes renforcent les différences conditionnées par l'absorption. Le problème ne peut être complètement élucidé qu'après une étude microphotométrique détaillée des clichés et des calculs encore plus complets de l'influence de la structure de la source sur la répartition de l'intensité (voir § 15).

### **Franges dans l'ombre de l'écran projetées par les arêtes ou bordant les ombres des cavités.**

§ 32. Courbes de répartition de l'intensité. — Lorsque nous avons affaire à des écrans de formes représentées par les figures 3*a*, *b* et *c*, le calcul de l'intensité en un point donné

est plus compliqué que pour les écrans de forme plus simple comme ceux étudiés au chapitre III, surtout lorsqu'on veut tenir compte de la largeur et de la structure de source. On peut se rendre compte cependant de la répartition avec une précision suffisante pour l'explication de la nature des franges dans l'ombre de l'écran que nous avons vues sur les figures IV et V de la planche I, en supposant les rayons parallèles et en se rappelant que l'augmentation de la largeur de la source augmente le rayon de courbure ou l'angle de coude, ce que nous avons vu au chapitre III (fig. 6, 7, 8, 13). On peut préciser l'influence du quotient  $b/a$  c'est-à-dire de la largeur  $P$  de la pénombre, comme suit : on calcule les intensités dans les points  $X$ , ces intensités seront retrouvées dans les points  $X'$  si  $a$  et  $b$  deviennent  $a'$  et  $b'$ , les abscisses  $x'$  de ces points  $X'$  sont données par :

$$\frac{x'}{a' + b'} = \frac{x}{a + b}$$

Les courbes ainsi obtenues pour les écrans de la figure 3a, b et c, si les rayons parallèles ont les directions indiquées par les flèches, présentent des coudes en  $C', D', T, A', B'$  (fig. 3a) en  $H', G', F', E', D', C', B'$  et  $A'$  (fig. 3b) et en  $C', D', T, E'$  et  $B'$  (fig. 3c). Si la pénombre s'élargit considérablement les coudes deviennent plus obtus et les incurvations moins fortes (c'est-à-dire leur rayon de courbure augmente). En  $D'$  et  $A'$  (fig. 3a et 3c) sont les minima de l'intensité, c'est-à-dire qu'il existe des pics extrêmement obtus, se superposant aux coudes.

### § 33. Explication de la nature et de l'aspect des franges.

— Au § 8 nous avons vu que dans les courbes microphotométriques aucun pic ne correspond à une frange projetée par une arête dans l'ombre, mais seulement des coudes ou des incurvations. *Les franges sont donc dues à l'effet Mach.* On peut prévoir, eu égard aux facteurs dont dépend l'effet

Mach (§ 26), des courbes calculées en tenant compte de l'absorption et de la largeur de la source : l'apparition des franges, leur aspect et sa variation (voir § 7). On peut les reproduire au moyen du cylindre tournant en collant sur le cylindre une figure délimitée par la courbe de répartition.

§ 34. Remarques à faire aux conclusions des travaux antérieurs sur les franges. — a) *Les preuves de Wolfers pour l'objectivité des franges bordant la pénombre.* — Des faits mentionnés dans l'Introduction (*k*) Wolfers conclut que les franges ne sont pas dues aux effets de contraste et d'illusion d'optique. Tous ces faits peuvent être constatés avec les franges de Mach : on peut agrandir les plages dégradées par la méthode microphotographique sans que les franges disparaissent, etc. Evidemment, en agrandissant la plage dégradée la visibilité des franges diminue puisque  $p$  augmente (§ 10 et 26*b* et *c*). On ne peut pas aussi dépasser une certaine limite : dès que le grain apparaît nettement on n'observe plus les franges (voir aussi article de Wolfers aux *Annales*, p. 240 et figures 4 et 5 de sa planche I).

L'absence des franges dans le cas des radiographies à rayons  $\gamma$  est aussi, d'après Wolfers, une preuve de l'objectivité des franges. Voilà comment on peut expliquer le manque des franges dans certains cas où elles sont à prévoir de la loi qualitative de l'effet Mach (§ 22 *a*). Si la différence de noircissement est très petite relativement à la largeur de la plage dégradée (quotient  $q$ , § 26*b* et *c*, très petit) les deux franges de Mach peuvent disparaître ou une seule (celle correspondant à l'incurvation du grand rayon de courbure). Dans le cas des rayons X ce quotient  $q$  dépend de la transparence (§ 30), pour cette raison on n'observe pas sur les radiographies de certains écrans très transparents la frange claire et les deux franges sur les radiographies avec les rayons  $\gamma$  faites par Wolfers, où la structure de la source facilite aussi la disparition des deux franges (voir § 3).

Il nous reste encore à discuter la preuve de l'objectivité apportée par l'observation que le grain est plus gros et plus serré à l'endroit où on observe la frange noire et inversement (§ 2a). Supposons-le démontré indubitablement. Dans ce cas cette frange objective coïncide avec une frange de Mach de visibilité très grande puisque la plage dégradée est très étroite (§ 26b, c et d). Pour que la frange objective augmente la visibilité de la frange de Mach, il faut que la frange objective soit aussi intense que celle de Mach (§ 27). La méthode du cylindre tournant (§ 29) n'est pas suffisamment sensible — surtout lorsque les plages dégradées sont si étroites : quelques dixièmes de millimètre — pour qu'on puisse évaluer l'intensité de la frange objective. Cependant il est évident que même cette preuve n'oblige pas à conclure que les franges *dans le cas d'une pénombre très étroite* sont complètement objectives. Même il me paraît que des faits mentionnés (Introd. l) il s'ensuit que dans ce cas aussi *la visibilité de la frange devrait être principalement due à l'effet Mach*, puisque l'aspect des franges de Mach reste sensiblement constant, si les plages dégradées sont très étroites (voir § 26d).

b) *Conclusion d'Andrus sur l'insuffisance de Mach pour expliquer le phénomène de franges aux bords de la pénombre.* — Lorsqu'on tient compte de la structure de la source et de la réfraction, on explique facilement (§ 31) pourquoi dans certains cas les franges sont plus larges que celles de Mach produites par une plage uniformément dégradée. La conclusion d'Andrus est évidemment due à ce qu'il n'a pas calculé la répartition de l'intensité dans la pénombre en tenant suffisamment compte de la structure de la source, ainsi qu'au fait de ne s'être pas rendu compte de l'effet Mach dans ces conditions particulières dues à cette structure (§ 26g et §§ 3 et 15).

## CONCLUSION

Nous avons vu dans l'Introduction, que le phénomène des franges était loin d'être expliqué et notamment des franges bordant la pénombre, malgré les travaux assez nombreux et étendus. Il me semble pouvoir prétendre que leur nature et les facteurs dont dépend leur aspect sont maintenant éclairés d'un jour nouveau. Je résumerai comme suit mes recherches sur les franges :

1° La visibilité des franges provient de l'effet Mach, elles sont donc dues à un effet physiologique et subjectif par sa nature.

2° La cause physique de l'apparition d'une frange est l'existence de la plage dégradée. La variation de leur visibilité est due principalement à la variation du coefficient d'absorption qui influe sur le quotient  $q$  (§ 26 *b* et *c*) dont dépend la visibilité d'une frange de Mach, et à la variation de la largeur de la plage dégradée dont  $q$  dépend aussi. La visibilité des franges bordant une plage dégradée augmente si le quotient  $q$  augmente (v. § 30 et 26*b*).

3° L'aspect des franges bordant la pénombre dépend de la structure de la source. Elle influe sur la répartition de l'intensité dans la pénombre de telle sorte que la pénombre se décompose en plusieurs plages dégradées dont  $q$  sont en général différents (v. § 10). Les pentes dans la courbe de répartition de l'intensité correspondant à ces plages se terminent par des coudes ou des incurvations. La réfraction renforce ces incurvations (diminue leur rayon de courbure) ou produit un pic sur le coude en le transformant en une forte incurvation. Ces incurvations peuvent produire des

nouvelles franges dans la pénombre (v. § 26 — franges additionnelles, et § 31) ou influencer l'aspect de celles qui bordent la pénombre, de telle sorte que celles-ci deviennent plus larges ou plus floues.

4° La structure de la source, et la réfraction suffisent à expliquer les particularités de l'effet Mach sur les radiographies. Dans l'état actuel des recherches la nécessité de faire, comme l'ont fait M. Wolfers et M. Andrus, une hypothèse sur l'existence de phénomènes encore inconnus pour expliquer l'apparition des franges ou leurs particularités ne s'impose pas.

Il faut souligner cependant que cette conclusion est seulement valable pour les franges sur les radiographies : les conclusions sur les causes des franges supplémentaires (Wolfers) ne sont aucunement mises en doute par mes recherches. Les recherches que je viens d'exposer posent un problème intéressant ; sa solution nécessitera des études microphotométriques détaillées des radiographies. [Au § 17 nous avons vu que la réfraction peut donner naissance à des pics assez larges et très accentués à la limite de la pleine lumière, il serait intéressant de savoir si ces pics existent, et s'ils existent, s'ils correspondent à ce que l'on peut prévoir par le calcul. Deux sortes d'effets pourraient influencer ces pics et faire que ceux décelés microphotométriquement diffèrent de ceux calculés ; d'une part, c'est l'interférence dans le sens classique entre les rayons directs et les rayons réfractés, d'autre part c'est l'interférence par diffusion que Wolfers a mise en évidence dans le domaine de la lumière visible.

C'est pour moi un agréable devoir d'exprimer ici ma plus vive gratitude à M. le professeur A. Cotton, Membre de l'Institut, pour l'autorisation de faire les enregistrements microphotométriques dans son laboratoire.

La plupart des expériences ont été exécutées à l'Institut de Radiologie et de Physique de la Faculté de Médecine de l'Université de Beograd, le reste a été fait, et notamment

les expériences avec les tubes « Metalix » à foyer de Gœtze contribuant de beaucoup à expliquer la nature des franges, à l'Institut Radiologique du Sanatorium « Vračar » à Beograd. Je tiens à remercier M. le professeur D. K. Jovanović et M. le docteur W. Alberti pour l'amabilité avec laquelle ils ont mis à ma disposition les ressources de leurs laboratoires.

## BIBLIOGRAPHIE

- W. ALBERTI et B. DEMETROVIĆ. — *Fortschritte auf den Gebiete der Röntgenstrahlen*, **44** (1931), 649.
- M. P. ANDRUS. — *Canadian Journal of Research*, **3** (1930), 250.
- H. CHANTRAINE et B. WALTER. — *Fortschritte*, **46** (1933), 710.
- S. BISTOLFI. — *Radiologia e Fisica Medica*, **1** (1934), 1.
- H. BUISSON et Ch. FABRY. — *Revue d'Optique*, **3** (1924), 1.
- A. DAUVILLIER. — *Annales de Physique*, **13** (1920), 49; *Technique des rayons X*, 132 (Conf.-Rapports. A. Blanchard, Paris, 1924).
- B. DEMETROVIĆ. — *Comptes Rendus* : a) **193** (1931), 579; b) **195** (1932), 269.
- B. DEMETROVIĆ et W. ALBERTI. — *Fortschritte* : a) **47** (1933), 718; b) **50** (1934), 597.
- A. EINSTEIN. — *Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gessellschaft.*, **20** (1918), 86.
- L. FOMM. — *Annalen der Physik*, **59** (1896), 350.
- R. GLOCKER. — Voir NEFF.
- R. GLOCKER et W. TRAUB. — *Phys. Zeitschrift*, **22** (1921), 350.
- H. HAAGA et C. H. WIND. — *Ann. der Phys.*, **68** (1899), 885; *Phys. Zts.*, **1** (1899), 91.
- HANDBUCH DER EXPERIM. PHYSIK (WIEN-HARMS) XX/2 *Geometr. Optik*, 175; XIX. *Physik. Optik*, 65 (*Akad. Verlagsges. Leipzig*, 1929).
- F. JANUS. — *Fortschritte*, **26** (1918), 200.
- A. KÖHLER. — *Fortschritte* : a) **24** (1916), 917; b) **25** (1917), 495.
- A. KÜHL. — *Phys. Zts.*, **29** (1928), 1.
- W. LINIK et W. LASCHKAREFF. — *Zts. für Phys.*, **38** (1926), 659.
- E. MACH. — *Sitzungsberichte Akad. Wien. (II. Math. Naturw. Klasse)*, **52** (1865), 303; **54** (1866), 131 et 393; **57** (1868), 11; **151** (1906), 633.
- M. MEIER. — *Ann. der Phys.*, **68** (1899), 903; *Phys. Zts.*, **1** (1899), 57.
- E. NÄHRING. — *Phys. Zts.*, **31** (1930), 401.
- T. NEFF. — *Zts. für techn. Phys.*, **6** (1925), 208; voir aussi

- R. GLOCKER. *Materialprüfung mit Röntgenstrahlen*, 65-68 (J. Springer. Berlin, 1927).
- P. OTT. — *Fortschritte*, **46** (1932), 702.
- J. PRECHT. — *Ann. der Phys.*, **61** (1897), 353-355.
- G. SAGNAC. — *Journal de Physique*, **6** (1897), 169; *Comptes Rendus*, **123** (1896), 880.
- M. SCHÖEN. — *Zts. für Phys.*, **58** (1929), 165.
- H. SEELIGER. — *Abhandlungen. Akad. München (Math. Phys. Klasse)*, **19** (1899), 383.
- P. G. TIDENS. — *Verlagen Akad. Amsterdam*, (1896-1897), 444; *Beiblätter*, **21** (1897), 60.
- M. VIARO. — *Rend. della Akad. di Scienze Fis. e Mat. di Napoli*, **35** (1929), 7.
- A. VOLLER et B. WALTER. — *Ann. der Phys.*, **61** (1897), 88.
- B. WALTER. — a) *Fortschritte*, **25** (1917), 88; b) *Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges.*, **21** (1918), 347; c) *Fortschritte*, **26** (1918), 171; d) **45** (1932), 451; e) **47** (1933), 723; f) **27** (1918), 158; g) **48** (1933), 593; h) **50** (1934), 161.
- C. H. WIND. — a) *Verlagen Akad. Amsterdam*, **5** (1896-1897), 448; **6** (1897-1898), 79; **7** (1898-1899), 12 et 88; *Beiblätter*, **22** (1898), 853; b) *Phys. Zts.*, **1** (1899), 112.
- F. WOLFERS. — a) *Ann. de Phys.*, **7** (1927), 232; b) *Comptes Rendus*, **195** (1932), 354; c) *Comptes Rendus*, **176** (1923), 1385; **177** (1923), 32; **178** (1924), 1704; **182** (1926), 1532; *Journal de Phys.*, **6** (1925), 305; **5** (1934), 585.
-

## TABLE DES MATIÈRES

---

|                                                                       | Pages |
|-----------------------------------------------------------------------|-------|
| INTRODUCTION . . . . .                                                | 1     |
| I. — Expériences préliminaires . . . . .                              | 1     |
| II. — Historique . . . . .                                            | 2     |
| III. — Résumé des problèmes et plan de travail . . . . .              | 10    |
| CHAPITRE PREMIER. — Etude expérimentale des franges . . . . .         | 13    |
| A. — Franges bordant la pénombre . . . . .                            | 13    |
| B. — Franges dans l'ombre . . . . .                                   | 25    |
| C. — Natures des franges . . . . .                                    | 29    |
| CHAPITRE II. — Répartition de l'intensité derrière un écran . . . . . | 33    |
| A. — Ecrans cylindriques . . . . .                                    | 33    |
| B. — Ecrans prismatiques . . . . .                                    | 57    |
| CHAPITRE III. — Etude de l'effet Mach. . . . .                        | 65    |
| CHAPITRE IV. — Interprétation des franges . . . . .                   | 77    |
| CONCLUSION . . . . .                                                  | 77    |
| BIBLIOGRAPHIE . . . . .                                               | 89    |

---

# DEUXIÈME THÈSE

---

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

**La radioactivité artificielle.**

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 25 Avril 1936.

*Le Doyen de la Faculté des Sciences,*

CH. MAURAIN.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

*Le Recteur de l'Académie de Paris,*

S. CHARLÉTY.



